

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia
Dissertação de mestrado do curso de Engenharia Elétrica

Gabriel de Figueiredo Gentil

**Metodologia de Análise e Projeto de
Sistemas de Controle com Incertezas
Paramétricas Baseada em Análise
Estatística e Aplicada ao Conversor CC-CC
Boost**

Campo Grande - MS

28 de agosto de 2020

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Faculdade de Engenharias, Arquitetura e Urbanismo e Geografia
Dissertação de mestrado do curso de Engenharia Elétrica

Gabriel de Figueiredo Gentil

**Metodologia de Análise e Projeto de Sistemas de
Controle com Incertezas Paramétricas Baseada em
Análise Estatística e Aplicada ao Conversor CC-CC
Boost**

Dissertação submetida à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFMS para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica na área de Processamento Eletrônico de Energia.

Orientador: Professor Doutor Luigi Galotto Junior

Campo Grande - MS

28 de agosto de 2020

**METODOLOGIA DE ANÁLISE E PROJETO DE SISTEMA DE CONTROLE
COM INCERTEZAS PARAMÉTRICAS BASEADA EM ANÁLISE
ESTATÍSTICA E APLICADA AO CONVERSOR CC-CC BOOST.**

GABRIEL DE FIGUEIREDO GENTIL

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul.

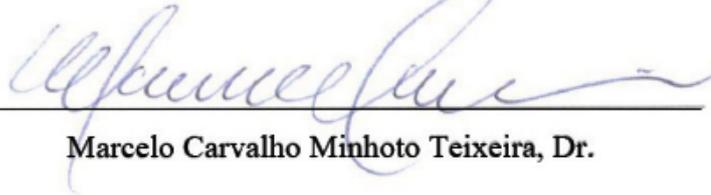
Banca Examinadora:



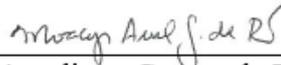
Luigi Galotto Junior, Dr.
Orientador / Presidente da banca



Cristiano Quevedo Andrea, Dr.



Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira, Dr.



Moacyr Aureliano Gomes de Brito, Dr.

Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a minha família, sempre me dando todo o apoio necessário para prosseguir nos estudos, nunca deixando faltar nada. Em especial, minha mãe Norma de Figueiredo Gentil, pelas dicas e carinho, meu pai Ricardo Henrique Gentil Pereira, por me dar um espelho a quem seguir, ao meu irmão, Guilherme de Figueiredo Gentil, pela parceria e pela paciência, e a minha vó, Ivone de Figueiredo Gentil, pelo carinho e incentivo.

Aos meus amigos pelos momentos tranquilos de relaxamento e conselhos. Em especial, Felipe Monteiro, Renata Reis Kimpara e ao Thyago Estrabis, que estiveram comigo no BATLAB e me ajudaram imensamente. Agradeço a todos meus "primos", me ajudaram e deram todo suporte possível que poderiam me dar. Agradeço a Alison França, por todos os momentos de descontração proporcionados. E um agradecimento especial à Vanessa Leite Ranzani, minha melhor amiga e namorada, que cuidou de mim e não deixou de me incentivar por nenhum momento, meu muito obrigado.

Aos meus professores que me ensinaram e tiveram paciência para isso. Em especial, Luigi Galotto Junior, Raymundo Cordero García e João Onofre Pereira Pinto, coordenador do BATLAB, local onde usei para pesquisa durante o mestrado. Muito obrigado a todos.

Resumo

Na engenharia de controle, a modelagem de sistemas dinâmicos é de vital importância e está atada a um dos maiores problemas dentro desse meio: incertezas paramétricas, que podem ser decorridas de vários aspectos dentro do universo de controle. Por causa destas, os sistemas de controle projetados a partir de modelos médios determinísticos (sem incertezas) podem não atender aos requisitos ou até tornarem-se instáveis, quando aplicados aos sistemas reais com incertezas. Este problema é classicamente resolvido por meio de desigualdades matriciais, garantindo a eficácia do controle dentro de um polítopo de incertezas, o que é conhecido como controle robusto. Porém, ao ser considerada uma larga quantidade de incertezas ou intervalos muito abrangentes, o problema convexo desenvolvido pode não ser computacionalmente factível. Este trabalho apresenta uma metodologia simples, baseada em dados e análises estatísticas, que supera o problema de factibilidade computacional. O conversor elevador (boost) CC-CC, com nove incertezas paramétricas e operando em modo de condução contínua com transitório em modo descontínuo, é utilizado para exemplificar a metodologia. Inicialmente, é desenvolvido o modelo dinâmico linear da planta com dois tipos de metodologia (baseada em dados através de regressão e baseada nos princípios físicos do modelo médio), sendo que o modelo baseado em dados apresentou melhor representatividade da planta simulada, mesmo com a presença de ruído branco nos dados. Com o modelo da planta definido, são testados três diferentes tipos de controle para os mesmos requisitos na planta simulada com as incertezas paramétricas: PI em modo tensão (para pior caso), realimentação de estados com integral por Ackerman e por \mathcal{H}_∞ . Utilizando as teorias de inferência estatística (intervalos de confiança e teste de hipótese), os controladores são validados estatisticamente para atenderem ao critério de robustez, com certo grau de confiança. Os resultados confirmaram que o PI em modo tensão foi incapaz de atender aos requisitos na planta não linear com as incertezas, enquanto os demais demonstram atender com significância, ou seja com probabilidade de erro, muito pequena, sendo o projeto dos ganhos por \mathcal{H}_∞ mais robusto do que a por alocação de polos. Conclui-se que é possível projetar o controle para um sistema não-linear e com incertezas paramétricas mesmo com um controlador projetado por alocação de polos validado estatisticamente com risco determinado e que o projeto com \mathcal{H}_∞ pode ser utilizado em complemento à análise estatística apresentando resultados melhores do que o anterior. Portanto, é possível afirmar que a metodologia apresentada é eficaz ao lidar com muitas incertezas paramétricas e possui uma menor complexidade matemática quando totalmente consideradas no projeto de controle robusto. Ainda assim, esta metodologia não é apresentada como concorrente do controle robusto, podendo ser aplicada isoladamente, para maior praticidade, em aplicações de menor rigor de desempenho ou em complemento para obtenção de resultados de melhor desempenho.

Palavras-chaves: incertezas paramétricas, controle por estatística, controle robusto.

Abstract

In control engineering, the modeling of dynamic systems is vital and tied to one of the biggest problems within this environment: parametric uncertainties, which can be caused by various aspects within the control universe. Because of these, control systems designed from medium deterministic models (without uncertainties) may not meet the requirements or even become unstable when applied to real systems with uncertainties. This problem is classically solved through matrix inequalities, ensuring the effectiveness of control within a polytope of uncertainties, which is known as robust control. However, when considering a large number of uncertainties or long intervals, the developed convex problem may not be computationally feasible. This work presents a simple methodology based on data and statistical analysis, that overcomes computational feasibility. The CC-CC boost converter, containing nine parametric uncertainties and operating conduction mode with transient in discontinuous mode, is used to exemplify the methodology. Initially, the plant's linear dynamic model is developed using two types of methods (based on data through regression and based on the physical principles of the average model). The model based on data showed a better representation of the simulated plant, even with white noise in the data. With the plant model defined, three different types of control are tested for the same requirements in the simulated plant with parametric uncertainties: PI in voltage mode (for worst-case), state feedback with integral by Ackerman, and by \mathcal{H}_∞ . The controllers are statistically validated, through theories of statistical inference (confidence intervals and hypothesis testing), to meet the criterion of robustness, with a certain degree of confidence. The results confirmed that the PI in tension mode was unable to meet the requirements in the nonlinear plant with the uncertainties, while the others demonstrated to comply with minimal significance (error probability), with the earnings project being \mathcal{H}_∞ more robust than pole allocation. It is concluded that it is possible to design the control for a nonlinear system with parametric uncertainties even with a controller designed by pole allocation statistically validated with determining risk and that the project with \mathcal{H}_∞ can be used in addition to the statistical analysis showing better results than the previous one. Therefore, it is possible to state that the presented methodology is effective in dealing with many parametric uncertainties and has less mathematical complexity when fully considered in the robust control project. Even so, this methodology is not presented as a competitor of robust control and can be applied separately, for greater practicality, in applications with lesser performance rigor or in addition to obtaining better results when necessary.

Keywords: parametric uncertainties, control by statistics, robust control.

Lista de ilustrações

Figura 1.0.1 – Sistema generalizado.	13
Figura 3.1.1 – Exemplo de regressão.	21
Figura 3.2.1 – Restrição de região para α	27
Figura 3.2.2 – Restrição de região para circunferência.	28
Figura 3.2.3 – Restrição de região para ângulo.	29
Figura 3.4.1 – Conversor Boost.	34
Figura 3.4.2 – Linearização da curva para pequenos valores.	35
Figura 4.1.1 – Metodologia.	38
Figura 4.2.1 – Conversor CC-CC Boost.	40
Figura 4.2.2 – Conversor boost simulado SEM ruído.	41
Figura 4.2.3 – Conversor boost simulado COM ruído.	42
Figura 5.1.1 – (a)Resposta da tensão do capacitor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta SEM ruído.	48
Figura 5.1.2 – (a)Resposta da corrente no indutor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta SEM ruído.	48
Figura 5.1.3 – Curvas da tensão do capacitor para validação do sistema identificado SEM ruído: (a)Mediana requisitada; (b)Banco de curvas de comparação.	50
Figura 5.1.4 – Curvas da corrente do indutor para validação do sistema identificado SEM ruído: (a)Mediana requisitada; (b)Banco de curvas de comparação.	50
Figura 5.1.5 – Resíduo na (a)tensão e (b)corrente no sistema identificado SEM ruído	51
Figura 5.1.6 – (a)Resposta da tensão do capacitor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta COM ruído.	52
Figura 5.1.7 – (a)Resposta da corrente no indutor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta COM ruído.	52
Figura 5.1.8 – Curvas da tensão do capacitor para validação do sistema identificado COM ruído: (a)Mediana requisitada; (b)Banco de curvas de comparação.	53
Figura 5.1.9 – Curvas da corrente no indutor para validação do sistema identificado COM ruído: (a)Mediana requisitada; (b)Banco de curvas de comparação.	54
Figura 5.1.10 – Resíduo na (a)tensão e (b)corrente do sistema identificado COM ruído.	54

Figura 5.1.11 – Comparativo entre a regressão COM e SEM ruído na (a)tensão e (b)corrente.	55
Figura 5.2.1 – (a) Tensão no capacitor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por realimentação de estados.	56
Figura 5.2.2 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por realimentação de estados.	57
Figura 5.2.3 – (a)Lei de controle; e (b)Diagrama de caixa utilizando controle por realimentação de estados.	57
Figura 5.3.1 – Histograma do <i>overshoot</i> com controle e em malha aberta.	58
Figura 5.3.2 – Histograma do tempo de assentamento com controle e em malha aberta.	59
Figura 5.4.1 – (a) Tensão de saída; e (b) Diagrama de caixa com modelo por equacionamento.	60
Figura 5.4.2 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa com modelo por equacionamento.	61
Figura 5.4.3 – (a)Lei de controle da realimentação de estados; e (b)Diagrama de caixa com modelo por equacionamento.	61
Figura 5.4.4 – Histograma comparativo de <i>overshoot</i> para modelos diferentes.	62
Figura 5.4.5 – Histograma comparativo de tempo de assentamento para modelos diferentes.	63
Figura 5.4.6 – (a) Tensão no capacitor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por PI modo tensão.	64
Figura 5.4.7 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa da utilizando controle por PI modo tensão.	64
Figura 5.4.8 – (a)Lei de controle; e (b)Diagrama de caixa utilizando controle por PI modo tensão.	65
Figura 5.4.9 – (a) Tensão no capacitor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por norma \mathcal{H}_∞	65
Figura 5.4.10 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por norma \mathcal{H}_∞	66
Figura 5.4.11 – (a)Lei de controle; e (b)Diagrama de caixa utilizando controle por norma \mathcal{H}_∞	66
Figura 5.4.12 – Histograma comparativo de <i>overshoot</i> para controles diferentes.	67
Figura 5.4.13 – Histograma comparativo de tempo de assentamento para controles diferentes.	68

Lista de tabelas

Tabela 2	–	Conceitos gerais para teste de hipótese.	32
Tabela 3	–	Parâmetros do sistema considerados com incertezas (média e desvio padrão).	40
Tabela 4	–	Intervalo de confiança sobre a inferência da média populacional de <i>Overshoot (%)</i> e de Tempo de assentamento (ms).	58
Tabela 5	–	Comparativo dos ganhos calculados a partir de diferentes modelos.	62
Tabela 6	–	Intervalos de confiança sobre a inferência da média populacional de <i>Overshoot (%)</i> e de Tempo de assentamento (ms) a partir dos diferentes modelos.	62
Tabela 7	–	Intervalos de confiança sobre a inferência da média populacional de <i>Overshoot (%)</i> e de Tempo de assentamento (ms) a partir dos diferentes tipos de controle.	67
Tabela 8	–	Valores p para os requisitos de cada controle.	68

Abreviações

<i>s</i>	desvio padrão amostral
C	grau de confiança
CDF	<i>cumulative distribution function</i>
fasePI	contribuição de fase do PI
fc	frequência de cruzamento de ganho
IC	intervalo de confiança
LASSO	<i>least absolute shrinkage and selection operator</i>
LQG	<i>linear-quadratic-Gaussian</i>
LTR	<i>loop transfer recovery</i>
MCC	modo de contínua
MCD	modo de condução descontínua
MF	margem de fase
OLS	<i>ordinary least squares</i>
PDF	<i>probability density function</i>
PID	proporcional-integral-derivativo
PWM	pulse width modulation
SMC	controle por modos deslizantes
SMPS	<i>switched-mode power supply</i>
SPC	<i>statistical process control</i>
SQE	soma dos quadrados explicados
SQR	soma dos quadrados dos resíduos
SQT	soma dos quadrados totais

Sumário

Abreviações	9
1 Introdução	12
1.1 Motivação	14
1.2 Objetivos	15
1.2.1 Objetivo geral	15
1.2.2 Objetivos Específicos	16
1.3 Organização do trabalho	16
2 Revisão Bibliográfica	17
3 Fundamentação Teórica	19
3.1 Modelagem (Análise e Síntese) do sistema	19
3.1.1 Regressão	19
3.1.2 Coeficiente de determinação	21
3.2 Sintonia do Controle	22
3.2.1 Controlabilidade	22
3.2.2 Controle por PID	23
3.2.3 Realimentação de estados completa	24
3.2.4 Controle por norma \mathcal{H}_∞	25
3.2.5 Restrição de alocação de polos via LMI	27
3.2.6 Custo garantido para norma \mathcal{H}_∞	29
3.3 Inferência estatística	30
3.3.1 Intervalo de confiança	30
3.3.2 Teste de hipótese	31
3.4 Conversor CC-CC Boost	33
4 Metodologia	37
4.1 Metodologia Geral	37
4.2 Metodologia aplicada: Modelagem (Análise e Síntese)	39
4.3 Metodologia aplicada: Sintonia	43
4.3.1 Controle PID no modo tensão	43
4.3.2 Controle por realimentação de estados	44
4.3.3 Controle por norma \mathcal{H}_∞	44
4.4 Metodologia aplicada: Inferência Estatística	44
4.4.1 Intervalo de confiança	45

4.4.2	Teste de hipótese	45
4.5	Análise comparativa	46
5	Resultados	47
5.1	Etapa 1 - Modelagem (Análise e Síntese) da planta	47
5.1.1	Modelagem da planta sem ruído	47
5.1.2	Modelagem da planta com ruído	51
5.1.3	Comparação dos modelos obtidos com e sem ruído	55
5.2	Etapa 2 - Sintonia do controlador	55
5.3	Etapa 3 - Inferência estatística	58
5.4	Resultados da análise comparativa	59
5.4.1	Comparação de Controladores Projetados: modelo por equaciona- mento \times modelo por dados	59
5.4.2	Comparação entre Metodologias de Projeto: por PI \times realimentação de estados	63
5.5	Teste de Hipótese	68
Conclusão	69
5.5.1	Trabalhos futuros	70
Referências	71
Apêndices	76
APÊNDICE A Códigos	77
A.1	Análise e Síntese	77
A.2	Sintonia	81
A.2.1	PI modo tensão - Código	81
A.2.2	Realimentação de estados - Código	82
A.2.3	Norma \mathcal{H}_∞	83
A.3	Análise estatística	86

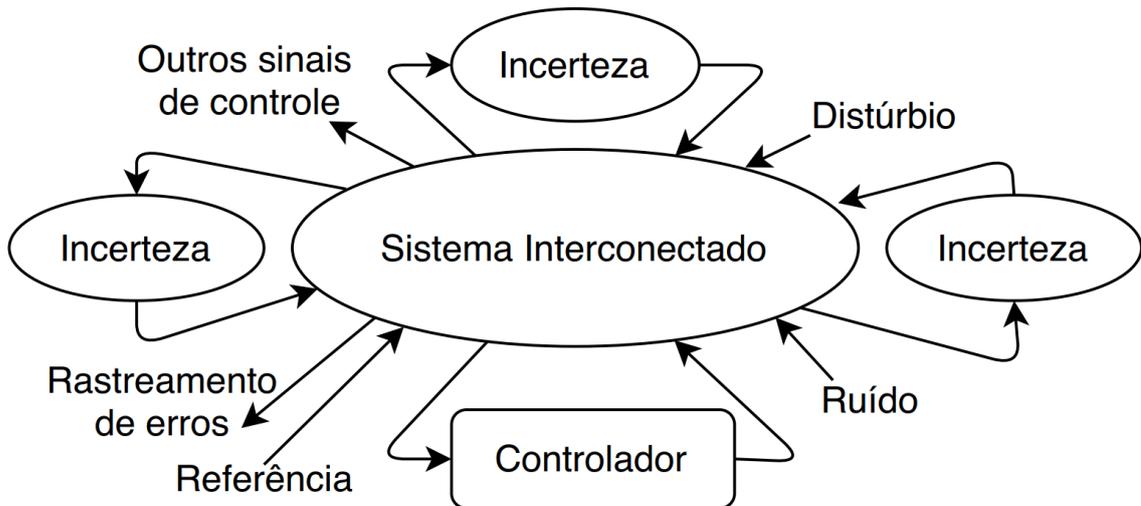
1 Introdução

A modelagem de sistemas normalmente é um dos trabalhos mais importantes dentro da engenharia, e principalmente para o projeto e desenvolvimento do controle[1]. Como a física é, de uma forma geral, complexa e imprecisa (por exemplo, é considerada sistemas invariáveis ao tempo pelo fato de ser complicado modelar esse tipo de variação), o trabalho de descrever matematicamente a dinâmica de sistemas é delicada e, as vezes, impraticável. Para tornar mais fácil esse processo são realizadas simplificações nos modelos, como por exemplo:

- Algumas dinâmicas não são consideradas, como por exemplo, modelagem dos sensores;
- Os modelos não-lineares são complexos de serem descritos, normalmente sendo feita sua linearização em torno de um ponto de linearização;
- Os parâmetros do sistema são não conhecidos, ou porquê são difíceis de serem medidos (temperatura dentro de um reator, por exemplo) ou os valores possuem imprecisão (real resistência da carga).

Além disso, dentro do controle moderno, a complexidade do controle está diretamente ligada à complexidade do modelo obtido da planta: modelagens que levam à sistemas dinâmicos de ordem elevada, levam a controladores com ordem alta também, o que é indesejável por necessitar de mais sensores ou capacidade de cálculo dos controladores ao utilizar observadores de estado. Portanto, os modelos, em geral, devem ser o mais simples possível e ainda assim descrever a dinâmica do sistema de forma adequada. A [Figura 1.0.1](#) apresenta os aspectos de um sistema generalizado.

Figura 1.0.1 – Sistema generalizado.



Fonte: Modificado de [2]

As incertezas dentro do sistema são divididas em dois tipos: distúrbio (ruído) nos sinais e perturbações na dinâmica do modelo. Distúrbios são sinais estocásticos externos que interferem na planta. Para um conversor, ruído nos sinais de leitura dos sensores e interferência eletromagnética são alguns exemplos. Perturbações na dinâmica são incertezas presentes nos parâmetros envolvidos na modelagem, ou pelo fato de não haver garantias e certeza dos valores dos componentes utilizados ou por aproximações realizadas devido a impossibilidade de saber o real valor do parâmetro. A obtenção do real valor da resistência da carga, ou da indutância do indutor ou capacitância do capacitor são alguns exemplos comumente observados nos conversores estáticos.

O controle robusto foi desenvolvido para garantir a análise e o controle das plantas que estão sujeitas a essas imperfeições no modelo. Porém a robustez "não é de graça", e o cálculo do controle para garanti-la possui, do termo em inglês, *trade offs* inerentes: ao aumentar a robustez do controlador irá, geralmente, tornar o controlador "menos agressivo" ao sistema, gerando por consequência decréscimo no desempenho do sistema[3]. Uma possível definição sistemática pode ser descrita como [1]:

Controle Robusto tem como objetivo projetar controladores fixos (não adaptativos) de tal forma que certos requisitos de projetos sejam atendidos sob a planta, levando em conta mudanças na dinâmica da planta dentro de limites previamente conhecidos.

A história da teoria de controle robusto começa no final dos anos 70 e no início dos anos 80 e logo foram desenvolvidas uma série de técnicas para se lidar com a incerteza do sistema limitado. Provavelmente, o exemplo mais importante de uma técnica de controle robusta foi desenvolvida por Duncan McFarlane e Keith Glover, da Universidade de

Cambridge [4]; onde esse método minimiza a sensibilidade de um sistema em seu espectro de frequência e isso garante que o sistema não se desvie muito das trajetórias esperadas quando os distúrbios forem aplicados ao sistema. Uma área emergente de controle robusto do ponto de vista prático é o [controle por modos deslizantes \(SMC\)](#)[5], pelo seu desenvolvimento simples e utilização direta ao ser aplicado em conversores estáticos. As propriedades de robustez do SMC com relação à incerteza combinada, bem como a simplicidade no projeto, motivaram uma variedade de aplicações[6]. Outro exemplo é o [loop transfer recovery \(LTR\)](#)[7] que foi desenvolvido para superar os problemas de robustez do [linear-quadratic-Gaussian \(LQG\)](#)[8].

Quando o comportamento do sistema varia consideravelmente em operação normal, várias leis de controle podem ter que ser criadas. Cada lei de controle distinta trata de um modo específico de comportamento do sistema. Um dos desafios é projetar um sistema de controle que aborde esses diversos modos de operação do sistema e permita uma transição suave de um modo para o outro o mais rápido possível. Tal sistema de controle composto acionado por máquina de estado é uma extensão da ideia de programação de ganho[9], onde toda a estratégia de controle muda com base nas mudanças no comportamento do sistema.

1.1 Motivação

Embora o controle robusto tenha sido tradicionalmente tratado ao longo de abordagens determinísticas, nas últimas duas décadas essa abordagem foi criticada com base no fato de ser muito rígida para descrever a incerteza real, embora muitas vezes também leve a soluções conservadoras. O controle robusto probabilístico foi introduzido como uma alternativa, ver, por exemplo, [10] que interpreta um controle robusto dentro da chamada teoria de otimização de cenário.

O Projeto de Controle Robusto [11] é muito útil em aplicações práticas devido ao desvio padrão de parâmetros comuns na produção, como indutância, capacitância e resistência que podem variar mesmo dentro do mesmo lote de produção. Esse projeto é possível, utilizando a teoria mais clássica, devido à chamada *Linear Matrix Inequalities*(LMI), que é útil para resolver diversos problemas. Para um controle robusto, o número de incertezas nos sistemas dinâmicos e o tipo de normas consideradas (a norma \mathcal{H}_2 é usada para redução de energia da resposta, \mathcal{H}_∞ para garantir o limite superior da norma infinita do sistema e até em abordagens mistas [11]) determinam a construção da LMI. Por exemplo, usando o número de três parâmetros incertos ($N = 3$) e a norma \mathcal{H}_2 , a dimensão da LMI será $2^N = 8$ (este é o caso de um conversor CC-CC boost convencional, com incertezas na indutância, capacitância e resistência de carga). No entanto, na prática, o conversor Boost pode ter mais de nove incertezas devido à variação dos parâmetros dos interrup-

tores e à não idealidade de componentes passivos, como resistência interna do indutor e do capacitor. Nesses casos ($N = 9$), a dimensão do LMI será de $2^N = 512$ usando essa metodologia para solucionar incertezas.

Como o número de LMIs aumenta rapidamente com o número de incertezas, isso pode se tornar computacionalmente inviável. Alguns métodos foram propostos [12] para superar esse problema, mas também existem outros métodos conhecidos de projeto de controle para sistemas incertos, como projeto de pior caso e projeto probabilístico. O projeto do pior caso é um possível método determinístico que simplifica a solução, mas possui limitações inerentes para garantir o desempenho final [13]. As abordagens probabilísticas têm complexidade intermediária e oferecem soluções com risco controlado [13, 10, 14, 15]. Existe, também, incertezas por norma que permitem obter um número de LMIs que cresce linearmente em função do número de parâmetros incertos[16].

Para engenheiros práticos, os métodos LMI ou probabilístico podem não ser atraentes o suficiente em comparação com o projeto determinístico do pior caso ou negligenciar todas as incertezas e não-linearidades paramétricas, aceitando uma resposta mais inadequada do projeto de controle. Neste trabalho, é apresentado um método estatístico baseado em dados de simulações computacionais para tornar o projeto de controle robusto prático e atraente. Este método é descrito e exemplificado usando um conversor boost CC-CC com nove parâmetros incertos.

A obtenção de banco de dados, em geral, é custosa, tanto computacionalmente quanto experimentalmente, e a quantidade de dados afetam diretamente nos resultados. Não é possível garantir, portanto, a estabilidade do controle ou o desempenho da resposta transitória em 100% dos casos, com base em dados amostrais de casos. No entanto, as estatísticas oferecem intervalo de confiança de desempenho com porcentagem ajustável, que é um problema probabilístico de minimização de risco sendo explicado em maiores detalhes em [10, 13] e também servem como parâmetro para testes estatísticos para garantir a qualidade do controle[17].

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Apresentar uma proposta de metodologia para análise e projeto de controladores de sistemas dinâmicos com a presença de incertezas paramétricas, utilizando estatística e modelo baseado em dados.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Utilizar um planta de um conversor Boost CC-CC, por ser um exemplo bem conhecido, para testar as metodologias apresentadas.
- Testar uma metodologia de identificação de sistema que forneça um modelo linear representativo diante de incertezas paramétricas e não-linearidades.
- Analisar estatisticamente a confiabilidade dos controladores projetados diante das incertezas paramétricas e não linearidades.

1.3 Organização do trabalho

- **Capítulo 2:** é apresentada uma revisão de literatura sobre formas de controle robusto existente, com ênfase na utilização de estatística para a obtenção do controle.
- **Capítulo 3:** apresenta-se o embasamento teórico que foi utilizado para a construção dos resultados, dividido em três grupos principais, sendo eles: Modelagem (Análise e síntese do sistema), sintonia do controle e inferência estatística. Por fim, a planta que foi utilizada para aplicação da metodologia é descrita.
- **Capítulo 4:** são apresentados as etapas requeridas para desenvolvimento da metodologia.
- **Capítulo 5:** são apresentados os gráficos e resultados do trabalho.
- **Capítulo 6:** encontram-se as conclusões referente aos resultados obtidos e propostas de trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

Normalmente, para formas de controle robusto são utilizadas normas e LMIs para a obtenção do controlador. As duas normas mais utilizadas dentro da bibliografia são H_2 e H_∞ . Em [18] apresenta-se um controle em malha dupla utilizando H_∞ , sendo a primeira malha um controle por superfícies deslizantes e uma segunda malha em cascata para o controle da corrente, para melhorar as características e o desempenho da planta perante as incertezas paramétricas. Em [19] é proposto uma nova forma de controle não-linear utilizando uma extensão de controle por métricas de contração [20], que utiliza a geometria de Riemann para gerar diferentes ganhos L^2 . Porém para essa forma de controle é necessário considerar a teoria de pequenos sinais para garantir robustez [21], e em [22] uma forma mais genérica do método é proposto.

Em [23], um controle por norma H_2 é proposto e aplicado experimentalmente no conversor boost com três incertezas paramétricas: carga, tensão de entrada e ciclo de trabalho. Um dos problemas encontrado na metodologia foram os altos ganhos de realimentação, sendo corridos a partir de um peso α atribuído a matriz de estados. E em [24], uma nova metodologia chamada *H_2 finite multiple measurement output-feedback control* é aplicada em um motor de turbina a gás considerando incertezas na matriz de estado devido ao fluxo instável do gás utilizado. Essas metodologias de cálculo para controle utilizam LMIs, recaindo no problema apresentado na motivação para o trabalho.

A utilização de estatística para controle de processos (do inglês, *statistical process control*, SPC) já é amplamente estudada desde os anos de 1930, com seu início dado por Shewhart em 1931 [25]. Essa área utiliza monitoração de dados sequenciais para qualidade e controle de processos. A utilização mais comum é dado em finanças [26] onde a validação por dados é altamente exigida. Para teorias de controle, algumas metodologias com embasamento estatístico já foram apresentadas, em [27] é apresentado uma metodologia de controle utilizando *bootstrap* para recalculer o ponto de operação no cálculo da lei de controle, i.e., a cada passo é recalculado por meio de regressão as matrizes de estados e de controle que são utilizadas na lei de controle. A vantagem dessa forma estatística é que qualquer função custo pode ser aplicada, contanto que permita cálculo de ganhos para qualquer ponto de operação e que a lei permita horizontes de ganhos diferentes (ou seja, a lei de controle pode ter qualquer dimensão). A desvantagem é evidente, como há necessidade de recálculo a cada ponto de operação, plantas com dinâmica mais elevada como conversores podem não ter um desempenho adequado, sendo encorajado a utilização dessa metodologia em plantas com dinâmicas mais lentas, e.g., plantas térmicas.

Em [28], utiliza-se intervalos de confiança para obtenção da lei de controle sob

a função de transferência da planta $\left(G_{(s)} = \frac{B_s}{A_s} - \frac{B_0}{A_0}\right)$. É proposta uma função custo utilizando a norma L_2 [29] para reduzir o erro no controle da planta real dada por $G_{(s)}$, modificando o controlador nominal sintonizado a partir da planta dada pelo primeiro termo de $G_{(s)}$. Um artigo mais recente (2017) [30] apresenta uma metodologia similar ao deste trabalho, com métodos de *machine learning* aplicados a sistemas não-lineares. Utiliza-se a distribuição Gaussiana para encontrar *cumulative distribution function* (CDF) de $y(\theta)$, onde $y(\theta) = \rho^p$ são os requisitos de sinal lógico temporal [31]. Os valores são divididos entre "satisfatórios", 1, e "insatisfatórios", 0, para definir se o controle atende os requisitos para a planta. O estudo do estado da arte para métodos clássicos de inferência estatística na presença de incertezas paramétricas também são estudadas. Em [32] é introduzido o algoritmo de Monte Carlo, que utiliza a integração com o mesmo nome para as *probability density function* (PDF) assumidas das variáveis de interesse.

3 Fundamentação Teórica

3.1 Modelagem (Análise e Síntese) do sistema

A identificação de sistemas vem se tornando área de interesse de estudos devido aos avanços de processamento computacional, sendo possível trabalhar com bancos de dados com grandes volumes de informação. A principal vantagem ao se utilizar dados para a identificação de sistemas é a possibilidade representar todas as influências de componentes no equacionamento, fato que seria trabalhoso ao desenvolver os modelos através dos princípios físicos. No entanto, para sistemas complexos ainda é muito custosa a geração destes bancos de dados, podendo ser inviável a geração dos próprios devido a alta complexidade.

Uma vez obtido o banco com os dados do sistema a ser identificado, as seguintes sessões apresentam a metodologia para obter o modelo desejado, sendo, para esses passos, as variáveis de estados conhecidas.

3.1.1 Regressão

Em estatística, regressão é um conjunto de processos para a estimação da relação entre uma variável dependente com uma ou mais variáveis independentes, sendo a primeira forma de regressão publicada em 1805 por Legendre [33]. Existem várias formas de regressões atualmente, entre elas: regressão logística [34], regressão não-linear [35], regressão não paramétrica [36], regressão robusta [37] e regressão *stepwise* [38]. A regressão linear foi o primeiro tipo de análise de regressão a ser estudada com rigor e usada em aplicações práticas de forma extensiva. Os motivos são que os modelos que dependem linearmente de seus parâmetros desconhecidos são mais simples de serem ajustados do que os modelos não linearmente relacionados aos seus parâmetros e as propriedades estatísticas dos estimadores resultantes são mais fáceis de determinar [39].

Na regressão linear, as relações são modeladas usando funções preditivas lineares cujos parâmetros desconhecidos do modelo são estimados a partir dos dados. Tais modelos são chamados de modelos lineares. De forma usual, assume-se que a média condicional da resposta, dados os valores das variáveis explicativas (ou preditores), seja uma função afim desses valores, e sendo usado de forma menos usual a mediana condicional ou algum outro quartil. Como todas as formas de análise de regressão, a regressão linear se concentra na distribuição de probabilidade condicional da resposta, considerando os valores dos preditores, e não na distribuição de probabilidade conjunta de todas essas variáveis, sendo este o domínio da análise multivariada.

Os modelos de regressão linear geralmente são ajustados usando mínimos quadrados, mas também podem ser utilizadas outras maneiras, como minimizando o erro no ajuste da regressão usando outra norma (como na regressão de desvios mínimos absolutos) ou considerando penalidades na função de custo de mínimos quadrados usando a norma L^2 (regularização de Tikhonov) [40] ou norma L^1 (do inglês, *least absolute shrinkage and selection operator*, LASSO) [41]. Por outro lado, a abordagem de mínimos quadrados pode ser usada para ajustar modelos que não são lineares. Assim, embora os termos "mínimos quadrados" e "modelo linear" estejam intimamente ligados, eles não são sinônimos.

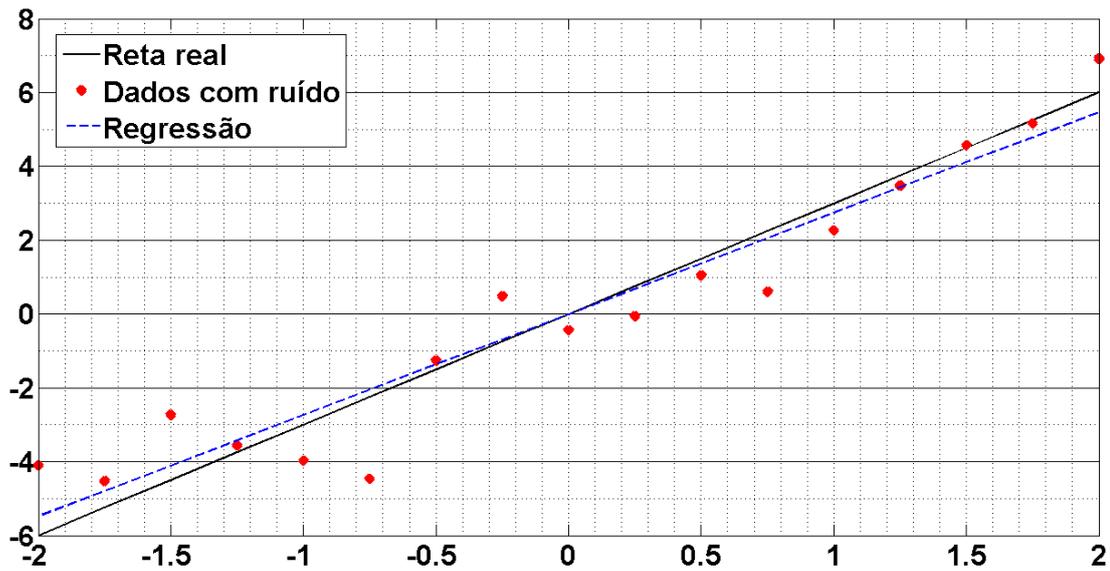
Mínimos quadrados ordinários (do inglês, *ordinary least squares*, OLS) é o estimador mais comum. As estimativas do OLS são comumente usadas para analisar dados experimentais e observacionais. O método OLS minimiza a soma dos resíduos quadráticos e resulta em uma expressão de forma fechada para o valor estimado do vetor de parâmetro desconhecido β :

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (3.1)$$

Onde \mathbf{y} é um vetor cujo i -ésimo elemento é a i -ésima observação da variável dependente e \mathbf{X} é uma matriz cujo i -ésimo elemento é a j -ésima observação da variável independente. É utilizado também para o cálculo da pseudo-inversa de Moore–Penrose ($A^+ = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$) [42]. O estimador é imparcial e consistente se os erros tiverem variação finita e não estiverem correlacionados com as regressoras.

Também é eficiente sob a suposição de que os erros têm variação finita e são similares, o que significa que o erro não depende da posição da amostra. A condição de que os erros não estejam correlacionados com os regressores será geralmente satisfeita em um experimento, mas no caso de dados observados é difícil excluir a possibilidade de uma co-variável omitida z que esteja relacionada às co-variáveis observadas e à variável de resposta. A existência de tal co-variável geralmente levará a uma correlação entre os regressores e a variável resposta e, portanto, a um estimador inconsistente de β . Se o objetivo for inferência ou modelagem preditiva, o desempenho das estimativas de OLS poderá ser ruim se houver multicolinearidade, i.e., linearmente dependentes, a menos que o tamanho da amostra seja grande. A [Figura 3.1.1](#) apresenta um exemplo de regressão com os dados reais, amostra com ruídos e a regressão obtida ao aplicar mínimos quadrados.

Figura 3.1.1 – Exemplo de regressão.



Fonte: Autor.

3.1.2 Coeficiente de determinação

O coeficiente de determinação, denotado R^2 , é a proporção de variação na variável dependente em relação à variável independente utilizada na regressão[17]. É um critério utilizado em modelos estatísticos, cujo objetivo principal é a previsão de resultados futuros ou teste de hipóteses. Ele fornece uma medida de quão bem os resultados observados são replicados pelo modelo, com base na proporção da variação total dos resultados explicada pelo modelo. Para seu cálculo é necessário a [soma dos quadrados totais \(SQT\)](#) de y centrado, i.e., y_i menos a média do valor de y , ([Equação 3.2](#)), [soma dos quadrados explicados \(SQE\)](#) ([Equação 3.3](#)) e [soma dos quadrados dos resíduos \(SQR\)](#) ([Equação 3.4](#)), sendo f_i a função obtida pela regressão.

$$SQT = \sum_i (y_i - \bar{y})^2 \quad (3.2)$$

$$SQE = \sum_i (f_i - \bar{y})^2 \quad (3.3)$$

$$SQR = \sum_i (y_i - f_i)^2 = \sum_i e_i^2 \quad (3.4)$$

A definição do coeficiente de determinação é expressa pela [Equação 3.5](#).

$$R^2 \equiv 1 - \frac{SQR}{SQT} \quad (3.5)$$

Na melhor das hipóteses, os valores modelados correspondem exatamente aos valores observados, o que resulta em $SQR = 0$ e $R^2 = 1$. Modelos em que $f_i = \bar{y}$ possuem $R^2 = 0$. Modelos piores têm valores negativos para o coeficiente R^2 .

3.2 Sintonia do Controle

Controlar um sistema significa otimizar a resposta desejada levando em consideração as características restritivas do sistema. Para tal, entender a dinâmica do sistema tem grande importância para o desenvolvimento do controle. As equações que regem os sistemas dinâmicos seguem a forma $\dot{x} = f(x, t, u)$, com x sendo as variáveis de estado, t sendo o tempo e u sendo a atuação/controlado do sistema. Normalmente os sistemas são considerados invariantes ao tempo, o que é válido para a mecânica clássica. Nesse trabalho será apresentado controle por realimentação de estados completa, que é a forma mais básica de controle por espaço de estados e controle utilizando o compensador [proporcional-integral-derivativo](#).

3.2.1 Controlabilidade

Dado o modelo dinâmico do sistema descrito em 3.6.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

Um estado x_0 é controlável no tempo t_0 se, por algum tempo finito t_1 , existe uma entrada $u(t)$ que transfere o estado $x(t)$ de x_0 para a origem no tempo t_1 . Um sistema é chamado controlável no tempo t_0 se todos os estados x_0 no espaço de estados forem controláveis[43]. Se a condição acima é atingida, isso é equivalente à:

(i) (A, B) é controlável;

(ii) A matriz

$$W_c(t) := \int_0^t e^{A\tau} B B^* e^{A^*\tau} d\tau \quad (3.7)$$

é positiva definida para qualquer $t > 0$, com $*$ sendo o transposto conjugado da matriz;

(iii) A matriz de controlabilidade

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

possui *full-row rank*, i.e., $\text{rank}(\mathcal{C}) = n$;

(iv) A matriz $[A - \lambda I, B]$ possui rank completo para todo λ em \mathbb{C} ;

- (v) Sendo λ e x qualquer autovalor e seu correspondente autovetor esquerdo de A (i.e., $x^*A = x^*\lambda$); então $x^*B \neq 0$;
- (vi) Os autovalores de $A + BF$ podem ser alocados livremente (com a restrição que os pares complexos devem ser conjugados) com uma escolha devida de F .

3.2.2 Controle por PID

O controle por meio do controlador **proporcional-integral-derivativo** (PID) é um tipo de controle em laço de realimentação amplamente utilizado tanto na indústria quanto em pesquisa para aplicações em sistemas de controle ($G(s)$)[43]. O controle é baseado em reduzir o erro entre um ponto desejado, *set-point*, e a variável de controle desejada, utilizando ganhos proporcionais, integrais e derivados, conseqüentemente levando ao nome do controlador. A fórmula desse controlador é matematicamente expressa pela **Equação 3.9**.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t') dt' + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.9)$$

Onde K_p é o ganho proporcional, K_i é o ganho integral, K_d é o ganho diferencial e e_t é o erro do sinal.

Normalmente não utiliza-se o ganho diferencial por esse aumentar o ruído do sistema, sendo comumente encontrado com filtro adicional quando necessário ou dependendo dos requisitos e da complexidade da planta. **Equação 3.9** pode ser escrito no domínio da frequência, suprimindo o termo diferencial, na forma da **Equação 3.10**, tendo assim o controlador PI.

$$PI(s) = k_i \underbrace{\left(\frac{\frac{k_p}{k_i} s + 1}{s} \right)}_{PI_{parcial}} \quad (3.10)$$

Existem algumas formas de sintonia de controle comumente utilizadas, entre elas: *computer-automated control system design* [44], Ziegler–Nichols [45], Cohen-Coon [46]. [47] apresenta uma comparação entre os dois últimos métodos citados e o método Chien–Hrones–Reswick. Além desses, a sintonia manual por lugar das raízes e por Bode ainda é amplamente utilizado.

Uma forma básica de sintonia manual utilizando o gráfico de bode é realizado escolhendo a **margem de fase** (MF) e a **frequência de cruzamento de ganho** (fc). Então é calculada a **contribuição de fase do PI** (fasePI), na frequência desejada, para obter τ_i ,

com $s = jw_d$ e $w_d = 2\pi fc$:

$$\begin{aligned} fasePI &= MF_{desejada} - MF_{sistema} \\ fasePI &= fase(\tau_i s + 1) + fase\left(\frac{1}{s}\right) \\ \tau_i &= \frac{k_p}{k_i} = \frac{\tan(fasePI + 90)}{w_d} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Com isso é obtido o PI parcial, $PI_{parcial} = \frac{\tau_i s + 1}{s}$, que compensa a fase do sistema para a margem desejada, obtendo o sistema: $Planta_{parcial} = G(s)PI_{parcial}$. O ganho k_i para garantir que o módulo seja 0 dB na frequência de cruzamento desejada (w_d) é obtido por:

$$k_i = \frac{1}{|Planta_{parcial}(jw_d)|} \quad (3.12)$$

Por fim, o ganho proporcional é calculado por: $k_p = k_i \tau_i$.

3.2.3 Realimentação de estados completa

Para utilizar esse controle é necessário garantir que todas as variáveis de estados (Equação 3.6) sejam medidas ou assegurar que o sistema é observável [43]. Os autovalores da matriz A, denominada "matriz de estados", informam as características transitórias do sistema, ou seja, o tempo de assentamento e o *overshoot* são conhecidos. Os autovalores também são denominados polos do sistema e possuem a forma, para um sistema de ordem 2 dominante:

$$polos = s_n = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (3.13)$$

Utilizando o fator de amortecimento ξ e a frequência natural do sistema ω_n é obtido o tempo de assentamento, t_s , e *overshoot*, $UP\%$, por meio das equações em 3.14.

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n}; UP\% = 100e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}} \quad (3.14)$$

A fim de mudar a dinâmica assume-se o controlador da forma $u = -Kx$, onde K são os ganhos calculados para obter o transitório desejado. Considerando que matriz C seja uma identidade, então assim sendo possível obter todos os estados, aplicando u em Equação 3.6, têm-se:

$$\dot{x} = Ax + B(-Kx) \Rightarrow \dot{x} = \underbrace{(A - BK)}_{\text{Nova Matriz A}} x \quad (3.15)$$

Quando o sistema não possuir um integrador intrínseco para garantir erro nulo em regime permanente para entrada degrau é necessário inserir por meio do controle. Para isso, é necessário mudar a forma de atuação para $u = -Kx + k_I\Theta$ e utilizar a forma expandida do espaço de estados, apresentado pela [Equação 3.16](#) com r sendo a referência para o estado que necessita de erro nulo.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\Theta} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{m \times m} & 0_{m \times 1} \\ -C_{p \times m} & \text{zeros}(p, 1) \end{bmatrix}}_{A_m} \begin{bmatrix} x \\ \Theta \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} B_{m \times n} \\ 0_{p \times 1} \end{bmatrix}}_{B_m} u + \begin{bmatrix} 0_{m \times 1} \\ 1_{p \times 1} \end{bmatrix} r \quad (3.16)$$

Portanto, os passos para desenvolver o controlador são: definir os polos de malha fechada com base nas características de tempo de assentamento e *overshoot* desejadas, sendo que se o sistema for de ordem m , serão necessários $m+1$ polos; obter a equação característica do sistema por meio de $\phi(s) = (s - p_1)(s - p_2) \dots (s - s_{p+1})$; por fim, obter os ganhos para o controle através da fórmula de Ackermann, descrita na [Equação 3.17](#).

$$K_m = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1] [B_m \quad A_m B_m \quad \dots \quad A_m^n B_m]^{-1} \phi(A_m) \quad (3.17)$$

Os ganhos ficam na forma $K_m = [K - k_I]$.

3.2.4 Controle por norma \mathcal{H}_∞

Considerando o sistema linear invariante ao tempo da [Equação 3.18](#) com $w(t) \in \mathbb{R}$ uma entrada exógena e $y(t) \in \mathbb{R}^p$ a saída medida.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bw(t) \\ y(t) = Cx(t) + Dw(t) \end{cases} \quad (3.18)$$

A matriz de transferência de w para y é descrita pela [Equação 3.19](#) no domínio de Laplace e a norma \mathcal{H}_∞ do sistema definida pela [Equação 3.20](#)

$$H(s) = C(s\mathbf{I} - A)^{-1}B + D \quad (3.19)$$

$$\|H(s)\|_\infty = \max_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma_{\max}(H(j\omega)) \quad (3.20)$$

Para os gráficos de Bode, a norma \mathcal{H}_∞ do sistema SISO é a maior magnitude do sistema e para MIMO é o máximo valor atingido pelo diagrama de valores singulares. Considerando que a entrada exógena é um sinal de energia, a norma \mathcal{H}_∞ pode ser

caracterizada pelo menor valor de γ , com $\|\cdot\|_2$ sendo a norma euclidiana do sinal, tal que:

$$\|y(t)\|_2 \leq \gamma \|w(t)\|_2, \quad w(t) \in \mathcal{L}_2. \quad (3.21)$$

Estabelece-se de maneira similar a seguinte equivalência:

$$\|H(s)\|_\infty < \gamma \iff y(t)'y(t) < \gamma^2 w(t)'w(t), \quad w(t) \in \mathcal{L}_2 \quad (3.22)$$

Para um sistema estável, a norma \mathcal{H}_∞ pode ser caracterizada por meio da função de Lyapunov $v(x) = x'Px$, $P = P' > 0$ [48], impondo-se a [Equação 3.23](#) e derivando a [Equação 3.24](#) ao considerar as equações do sistema[2].

$$\dot{v} + y'y - \gamma^2 w'w < 0 \quad (3.23)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} A'P + PA + C'C & PB + C'D \\ B'P + D'C & D'D - \gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \end{bmatrix} < 0 \quad (3.24)$$

Bounded real lemma: A é assintoticamente estável e $\|\mathcal{H}_\infty\| < \gamma$ se e somente se existir uma matriz simétrica positiva definida $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ tal que:

$$\begin{bmatrix} A'P + PA + C'C & PB + C'D \\ B'P + D'C & D'D - \gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (3.25)$$

ou, de forma análoga, ao aplicar o complemento de Schur [48]:

$$\begin{bmatrix} A'P + PA & PB & C' \\ B'P & -\mathbf{I} & D' \\ C & D & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (3.26)$$

A norma \mathcal{H}_∞ é calculada pela resolução do procedimento convexo de otimização dado pela [Equação 3.27](#), definindo $\mu = \gamma^2$.

$$\begin{aligned} & \min \quad \mu \\ & P = P' > 0 \\ & \begin{bmatrix} A'P + PA + C'C & PB + C'D \\ B'P + D'C & D'D - \mu \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (3.27)$$

O sistema em 3.18 com a adição de controle de tal forma que $\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t)$ é estabilizável por realimentação de estados se e somente se existir uma solução para o problema convexo de otimização.

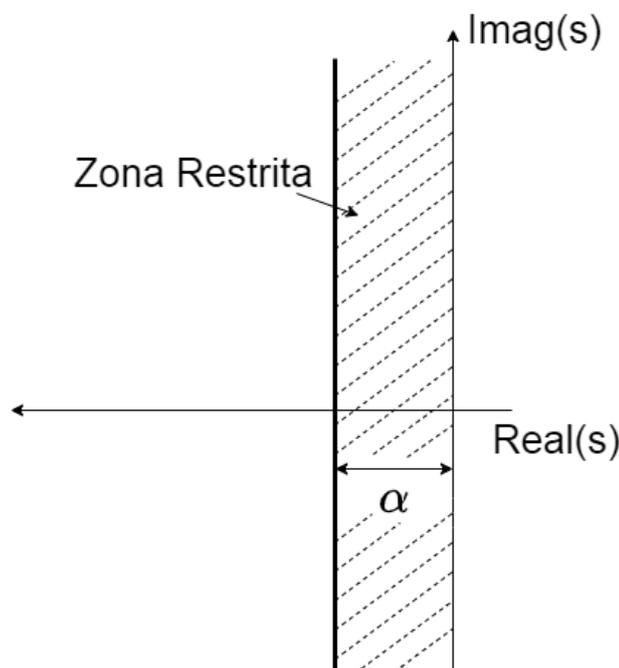
$$\begin{aligned} & \min \quad \mu \\ & Z, W = W' > 0 \\ & \begin{bmatrix} AW + WA' + B_2Z + Z'B_2' & WC' + Z'D' & B_1 \\ & CW + DZ & -I \\ & B_1' & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{0} & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

Na solução ótima, $K = ZW^{-1}$ assegura-se $\|H(s)\|_\infty = \sqrt{\mu}$. A formulação do problema convexo envolve a solução da equação modificada de Riccati e pode ser encontrada em [2].

3.2.5 Restrição de alocação de polos via LMI

Um fator importante na utilização da norma é a utilização de restrições. Serão apresentadas as restrições para alocação de polos via LMI, porém não serão provadas. Em [49] são apresentadas as provas necessárias. A restrição relativa ao parâmetro α garante o fator de amortecimento do sistema, visto que a alocação no eixo real fica restrita para valores maiores que o limitado no projeto. A Figura 3.2.1 apresenta a zona delimitada por essa restrição e a Equação 3.29 equaciona por LMI.

Figura 3.2.1 – Restrição de região para α .

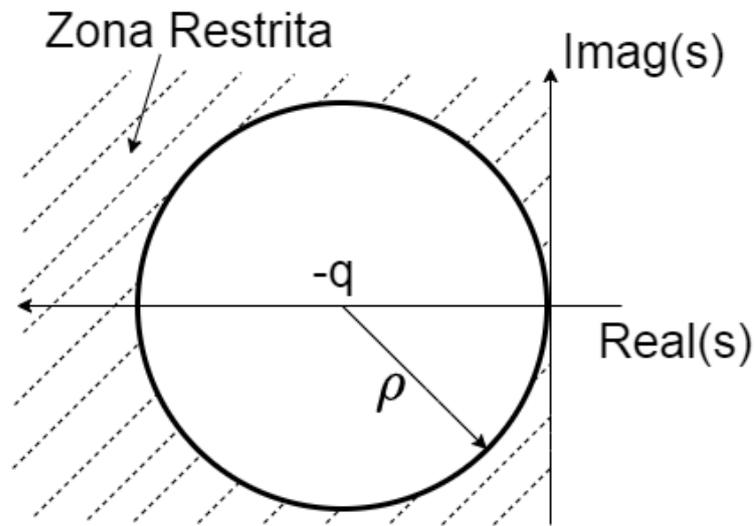


Fonte: Autor

$$AP + PA' + 2\alpha P < 0 \quad (3.29)$$

A restrição de região por circunferência é apresentada pela [Figura 3.2.2](#). Uma particularidade desse tipo de restrição é que ao se posicionar o centro da circunferência no semi plano esquerdo, intrinsecamente o projeto também atende as restrições de ângulo e de α . A [Equação 3.30](#) apresenta a LMI necessária para determinar essa região.

Figura 3.2.2 – Restrição de região para circunferência.



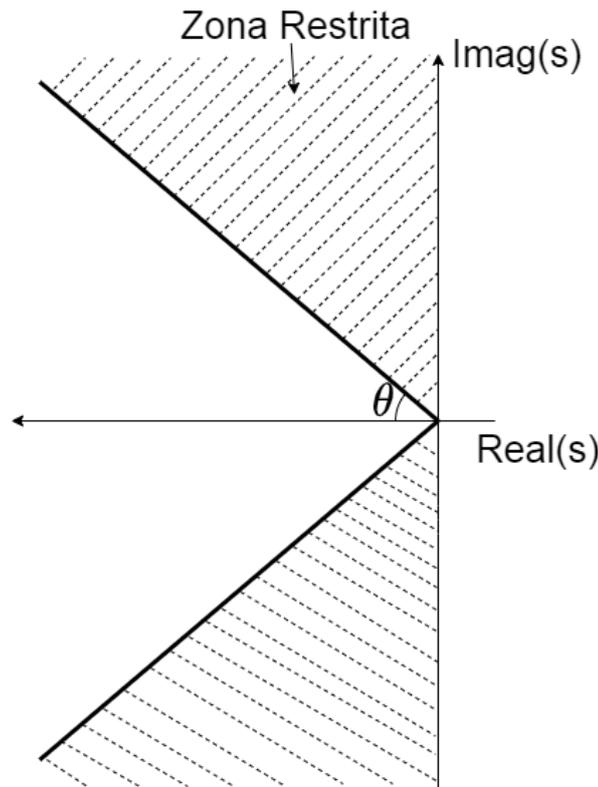
Fonte: Autor

$$\begin{bmatrix} -\rho P & AP + qP \\ PA' + qP & -\rho P \end{bmatrix} < 0 \quad (3.30)$$

A restrição por ângulo é delimitada por duas semi-retas com angulação de θ e $-\theta$ que limita a frequência natural do sistema. A [Figura 3.2.3](#) mostra a delimitação dessa região e a LMI é apresentada pela [Equação 3.31](#).

$$\begin{bmatrix} \text{sen}\theta(AP + PA') & \text{cos}\theta(PA - PA') \\ \text{cos}\theta(PA' - PA) & \text{sen}\theta(AP + PA') \end{bmatrix} < 0 \quad (3.31)$$

Figura 3.2.3 – Restrição de região para ângulo.



Fonte: Autor

3.2.6 Custo garantido para norma \mathcal{H}_∞

Por fim, quando há incertezas paramétricas no sistema, uma forma de garantir a robustez do controle por norma \mathcal{H}_∞ é utilizar o polítopo de incertezas. Considere o sistema descrito pela [Equação 3.32](#).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) + B(\alpha)w(t) \\ y(t) = C(\alpha)x(t) + D(\alpha)w(t) \end{cases} \quad (3.32)$$

As matrizes que descrevem o sistema não são precisamente conhecidas, porém pertencem a um polítopo \mathcal{D} descrito por [3.33](#) cujos vértices são detonados por $(A, B, C, D)_i$ ou (A_i, B_i, C_i, D_i) , $i = 1, \dots, N$.

$$\mathcal{D} = \left\{ (A, B, C, D)(\alpha) : (A, B, C, D)(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i (A, B, C, D)_i ; \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 ; \alpha_i \geq 0 \right\} \quad (3.33)$$

A matriz de transferência considerando as incertezas paramétricas é dada pela

Equação 3.34.

$$H(\alpha, s) = C(\alpha)(s\mathbf{B} - A(\alpha))^{-1}B(\alpha) + D(\alpha) \quad (3.34)$$

Um custo garantido \mathcal{H}_∞ é qualquer valor $\gamma > 0$ tal que $\|H(\alpha, s)\|_\infty < \gamma, \forall (A, B, C, D)(\gamma) \in \mathcal{D}$. O menor valor de γ corresponde à norma \mathcal{H}_∞ de pior caso no politopo[2], podendo ser computado por meio de busca exaustiva do parâmetro α . Ou seja, o controle é realizado utilizando a teoria do pior caso (do inglês, *worst-case scenario*[50]).

3.3 Inferência estatística

Análise estatística é a ciência de coletar, explorar e apresentar grandes quantidades de dados para descobrir padrões e tendências da população. As estatísticas são aplicadas todos os dias - em pesquisa, indústria e economia - para obter um embasamento científico sobre as decisões que precisam ser tomadas. Essas análises podem ser divididas em alguns passos:

- Descrever a natureza dos dados a serem analisados;
- Explorar a relação dos dados da população em estudo;
- Criar um modelo para resumir a compreensão de como os dados se relacionam.
- Provar (ou refutar) a validade do modelo;
- Aplicar análises preditivas para executar cenários que ajudarão a orientar ações futuras.

Alguns dos testes ou procedimentos mais conhecidos da estatística são: teste de hipótese, correlação, covariância, análise de regressão, análise fatorial, inferência e intervalo de confiança. Este último será o teste estatístico utilizado para análise dos dados desse trabalho. Na sequência são detalhados o intervalo de confiança e o teste de hipótese.

3.3.1 Intervalo de confiança

Em estatística, **intervalo de confiança (IC)**, formalmente enunciado por Neyman em [51], é uma forma de estimativa calculada a partir dos dados observados, propondo uma faixa de valores plausíveis para um parâmetro desconhecido (por exemplo, a média). A estimativa de intervalo pode ser contrastada com a estimativa de pontos. Uma estimativa pontual é um valor único fornecido como a estimativa de um parâmetro populacional de interesse, por exemplo, a média de alguma quantidade. Uma estimativa de intervalo específica, em vez disso, gera um intervalo dentro do qual o parâmetro está estimado. Intervalos de confiança são comumente descritos por tabelas ou gráficos, juntamente com

estimativas pontuais dos mesmos parâmetros, para mostrar a confiabilidade das estimativas.

O intervalo de confiança possui um grau de confiança (C) inerente, normalmente sendo utilizado 95%. Um grau de confiança de 95% não significa que, para um determinado intervalo realizado, exista uma probabilidade de 95% de que o parâmetro populacional esteja dentro do intervalo (ou seja, uma probabilidade de 95% de que o intervalo cubra o parâmetro populacional). De acordo com a estrita interpretação frequentista, uma vez calculado um intervalo, esse intervalo cobre o valor do parâmetro ou não; não é mais uma questão de probabilidade. A probabilidade de 95% refere-se à confiabilidade do procedimento de estimativa, e não a um intervalo calculado específico [52].

Para as seguintes instruções será considerado que os dados possuem uma distribuição normal[17]. O primeiro passo para gerar o intervalo de confiança é identificar o primeiro momento estatístico da amostra, ou seja, a média (\bar{x}). Em seguida, identificar o desvio padrão da população - σ , caso sendo conhecido ou estimar, caso desconhecido, o desvio padrão a partir da amostra, s . O intervalo de confiança é baseado no valor crítico que é obtido de formas diferentes para caso a população seja conhecido ou não, tabelados em valores z e valores t , respectivamente. Caso o desvio padrão seja conhecido, o valor crítico utilizado é obtido por meio da Equação 3.35, onde $C = 100(1 - \alpha)\%$ é o grau de confiança com α sendo o grau de significância e Φ é a função de distribuição acumulada (do inglês, *cumulative distribution function*, CDF) da normal[17], utilizado como valor crítico.

$$z^* = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) = \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.35)$$

Caso o desvio padrão não for conhecido, é utilizado a distribuição t de *Student*. Essa distribuição possui uma tabela para encontrar o valor crítico desejado, que está escrito na forma $t^* = t_\alpha(r)$, sendo r os graus de liberdade (número de amostras - 1) e $\alpha = \frac{1 - C}{2}$. O intervalo de confiança é finalmente obtido utilizando Equação 3.36 ou Equação 3.37, dependendo do desvio padrão.

$$\left(\bar{x} - z^* \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z^* \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad (3.36)$$

$$\left(\bar{x} - t^* \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t^* \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad (3.37)$$

3.3.2 Teste de hipótese

O teste de hipótese é um tipo de inferência estatística que permite tomar decisões (aceitar ou rejeitar a hipótese nula - H_0) entre duas ou mais escolhas complementares

(hipótese nula H_0 e hipótese alternativa H_1), baseado em dados obtidos por determinado experimento. Esse teste é baseado no lemma de Neyman-Pearson[17]:

Ao realizar um teste de hipóteses entre duas hipóteses simples $H_0 : \theta = \theta_0$ e $H_1 : \theta = \theta_1$, o teste de razão de verossimilhança (do inglês, *likelihood-ratio test*) que rejeita H_0 em favor de H_1 é o teste mais potente com nível de confiança de significância α que limita a zona de rejeição.

Dessa forma é definido o valor p como o menor valor para a significação a fim de rejeitar a hipótese nula. De um modo geral, para o entendimento do teste de hipótese é necessário os seguintes conceitos:

- **Hipótese nula (H_0)** = é a hipótese considerada verdade no início do teste. É esta teoria que está sendo testada.
- **Hipótese alternativa (H_1)** = é a hipótese considerada verdadeira caso a hipótese nula seja rejeitada.
- **Erro do tipo I (α)** = é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando esta é verdadeira.
- **Erro do tipo II (β)** = é a probabilidade de aceitar a hipótese nula quando esta é falsa.

Os conceitos são sintetizados na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Conceitos gerais para teste de hipótese.

	H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
H_0 é aceita	Decisão correta ($1-\alpha$)	Erro tipo II (β)
H_0 é rejeitada	Erro tipo I (α)	Decisão correta ($1-\beta$)

Os passos para o desenvolvimento do teste de hipótese são:

1. Há uma hipótese inicial da qual a verdade é desconhecida ou se deseja testar.
2. O primeiro passo é declarar as hipóteses nulas e alternativas relevantes. Isso é importante, pois a afirmação incorreta das hipóteses prejudicará o restante do processo.
3. Decida qual teste é apropriado, por exemplo, teste sobre a média, teste sobre a variância. E qual seu tipo: bicaudal, unicaudal à esquerda ou à direita[17]. Normalmente nessa etapa é apresentado a seguinte formulação. É de extrema importância que a

hipótese alternativa cubra o complemento da hipótese nula, caso contrário, o teste não possui validade.

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 &= \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 &\neq \mu_2 \end{aligned} \quad (3.38)$$

4. Decidir qual distribuição estatística de teste sob a hipótese nula a partir das suposições. Normalmente, a estatística de teste segue uma distribuição t de *Student* ou uma distribuição normal.
5. Selecione um nível de significância (α), que é o limite de probabilidade abaixo do qual a hipótese nula será rejeitada. Os valores comuns são de 5% e 1%.
6. A distribuição estatística de teste sob a hipótese nula divide os possíveis valores de T em duas regiões: onde a hipótese nula é rejeitada - a chamada região crítica - e a região onde não é. A probabilidade da região crítica é dado pelo valor de α .
7. Calcule a partir das amostras o valor de T, também comumente conhecido como valor p .

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (3.39)$$

8. Decida entre rejeitar a hipótese nula em favor da alternativa ou não rejeitá-la. A regra de decisão é rejeitar a hipótese nula H_0 se o valor observado estiver na região crítica e aceitar ou "deixar de rejeitar" a hipótese caso contrário.

Se $p \leq \alpha \Rightarrow$ Rejeita a hipótese nula

Se $p > \alpha \Rightarrow$ Falha em rejeitar a hipótese nula

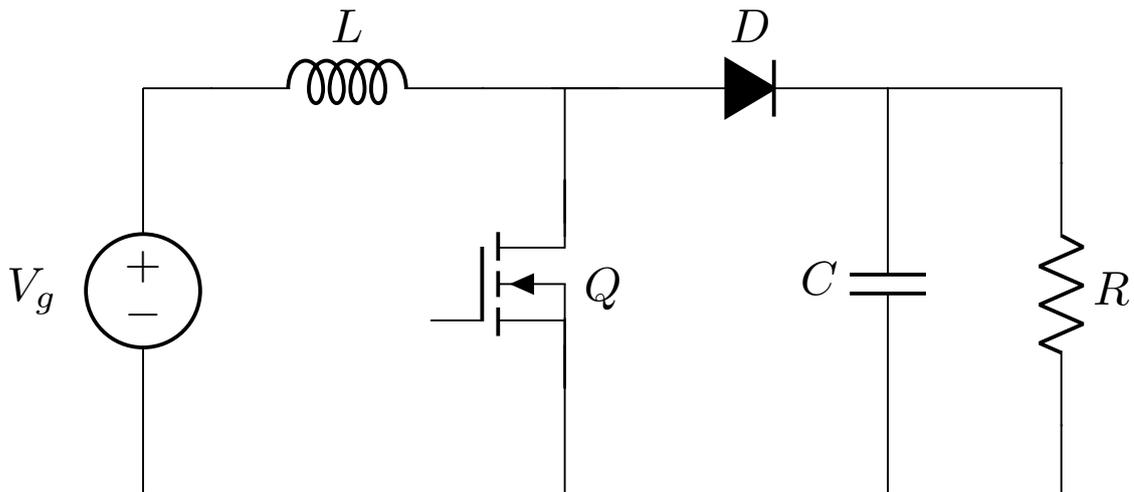
É importante notar que a partir do teste de hipótese é possível determinar intervalos de confiança a partir do teste de hipótese e vice-versa, uma vez que ambas inferências possuem dualidade matemática [17].

3.4 Conversor CC-CC Boost

O conversor Boost[53] é um conversor eletrônico de potência CC-CC que aumenta a tensão, enquanto diminui a corrente, da entrada (alimentação) até a saída (carga). Este conversor está dentro da classe de fontes chaveadas (do inglês, *switched-mode power supply*, SMPS) que contém, normalmente, dois semicondutores (um diodo e um transistor) e armazenadores de energia: um capacitor e um indutor, controlados por modulação por largura de pulso (do inglês, *pulse width modulation*, PWM). Para reduzir a ondulação da tensão, filtros capacitivos (às vezes em combinação com indutores) são normalmente adicionados à entrada (filtro do lado da fonte, do tipo LC, quando o conversor opera em

modo de condução descontínua (MCD)[53]). Seu funcionamento baseia-se no carregamento do indutor pela fonte de entrada ao fechar o interruptor principal, com a carga sendo suprida pelo capacitor e na seguinte etapa, ao abrir o interruptor, inverte-se a polaridade do indutor pela lei de Lenz[54], impondo sobre o capacitor e a carga 2 fontes em série, que resulta em um aumento da tensão. A Figura 3.4.1 apresenta o modelo de circuito elétrico do conversor Boost.

Figura 3.4.1 – Conversor Boost.



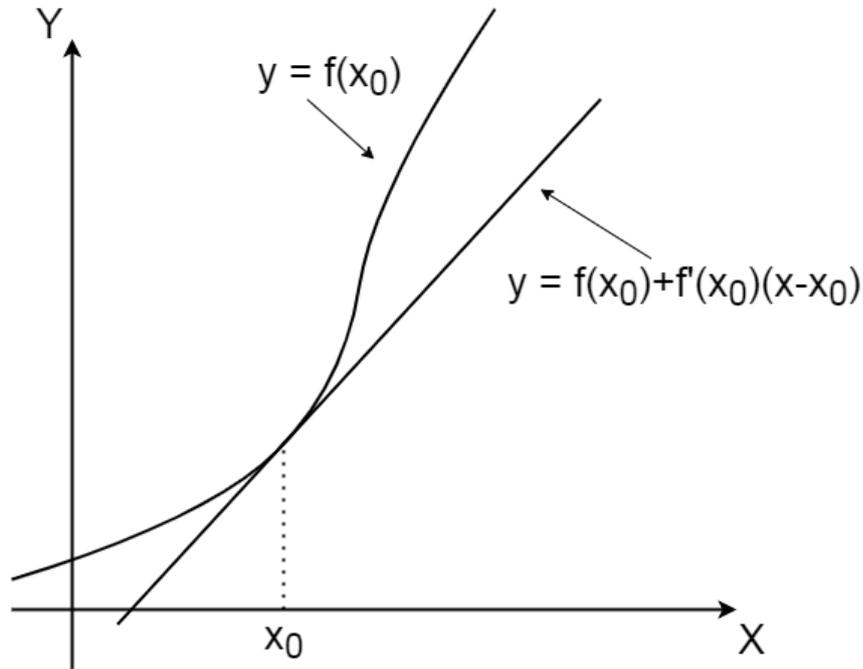
Fonte: Autor.

As variáveis de estado comumente escolhidas para a modelagem do conversor são a corrente no indutor e a tensão no capacitor. Como a dinâmica do sistema, assim como qualquer SMPS, é não-linear, é necessário empregar técnicas de linearização para encontrar o modelo. A forma mais clássica é utilizar modelos em pequenos sinais a partir do modelo médio do sistema. O modelo médio é obtido ao calcular a média, por isso seu nome, das formas de onda em cada período de comutação para remover os harmônicos produzidos pela ação de chaveamento dos interruptores. Em seguida, o modelo em pequenos sinais é calculado em torno de um ponto quiescente de operação utilizando, por exemplo, a série de Taylor.

A Figura 3.4.2 apresenta a curva y e a reta tangente dessa função com $x = x_0$. Quando x é próximo ao valor de x_0 , a reta tangente coincide com a função y , i.e.:

$$f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0) \underbrace{(x - x_0)}_{\Delta x} \quad (3.40)$$

Figura 3.4.2 – Linearização da curva para pequenos valores.



Fonte: Autor.

As equações 3.41 e 3.42 apresentam o equacionamento para o tempo de chave fechada, T_{on} , com o conversor operando em modo de contínua (MCC), já que ao operar em MCD o equacionamento é diferente[53].

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow v_g = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow \boxed{L \frac{di_L}{dt} = v_g} \quad (3.41)$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow -\frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \boxed{C \frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{R}} \quad (3.42)$$

E as equações 3.43 e 3.46 são para o tempo de chave aberta, T_{off} .

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow v_g - v_c = L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow \boxed{L \frac{di_L}{dt} = v_g - v_c} \quad (3.43)$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow i_L - \frac{v_C}{R} = C \frac{dv_C}{dt} \Rightarrow \boxed{C \frac{dv_C}{dt} = i_L - \frac{v_C}{R}} \quad (3.44)$$

O modelo médio é calculado ao multiplicar as equações de cada período de comutação pelo tempo em que ficaram ativas, ou seja, dT para a chave fechada e $(1 - d)T$,

para o tempo complementar. Multiplicando e somando os dois períodos de comutação são geradas as equações 3.45 e 3.46.

$$L \frac{di_L}{dt} = v_g + (1-d)(-v_C) \Rightarrow \frac{di_L}{dt} = \frac{v_g - v_C + dv_C}{L} \quad (3.45)$$

$$C \frac{dv_C}{dt} = (1-d)i_L - \frac{v_C}{R} \Rightarrow \frac{dv_C}{dt} = \frac{i_L - di_L}{C} - \frac{v_C}{RC} \quad (3.46)$$

Com o modelo médio do conversor, linearizam-se as equações por série de Taylor realizando a derivada parcial para cada variável de interesse do modelo médio.

$$\frac{\delta\left(\frac{di_L}{dt}\right)}{\delta d} = \frac{v_C}{L} \quad \frac{\delta\left(\frac{di_L}{dt}\right)}{\delta i_L} = 0 \quad \frac{\delta\left(\frac{di_L}{dt}\right)}{\delta v_C} = -\frac{(1-d)}{L} \quad (3.47)$$

$$\frac{\delta\left(\frac{dv_C}{dt}\right)}{\delta d} = -\frac{i_L}{C} \quad \frac{\delta\left(\frac{dv_C}{dt}\right)}{\delta i_L} = \frac{1-d}{C} \quad \frac{\delta\left(\frac{dv_C}{dt}\right)}{\delta v_C} = -\frac{1}{RC} \quad (3.48)$$

Na Equação 3.40, por estar trabalhando com pequenas variações, o termo $f(x_0) = 0$, portanto é possível descrever a Equação 3.49 em função desta pequena variação em torno do ponto de operação (Δ).

$$\begin{bmatrix} \frac{d\Delta i_L}{dt} \\ \frac{d\Delta v_C}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{1-D}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_L \\ \Delta v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v_C}{L} \\ -\frac{i_L}{C} \end{bmatrix} \Delta d \quad (3.49)$$

4 Metodologia

A metodologia será dividida em dois blocos principais, sendo o primeiro (seção 4.1) apresentado o processo em uma visão geral, passível para aplicação em qualquer planta. E o segundo bloco, apresenta discussões e resultados da metodologia aplicada sobre o conversor boost, sendo essa parte também dividida em:

1. Modelagem do sistema: baseado em dados (ID do sistema), validação da metodologia de identificação sem ruído e com ruído (seção 4.2);
2. Métodos de sintonia dos sistemas de controle a serem testados na planta para verificação da metodologia (seção 4.3);
3. Método de inferência estatística dos controladores na presença de incertezas (seção 4.4);
4. Comparação entre o projeto utilizando o modelo baseado em dados e o modelo equacionado, com análise estatística (seção 4.5);
5. Comparação dos diferentes métodos de controle, com análise estatística (seção 4.5).

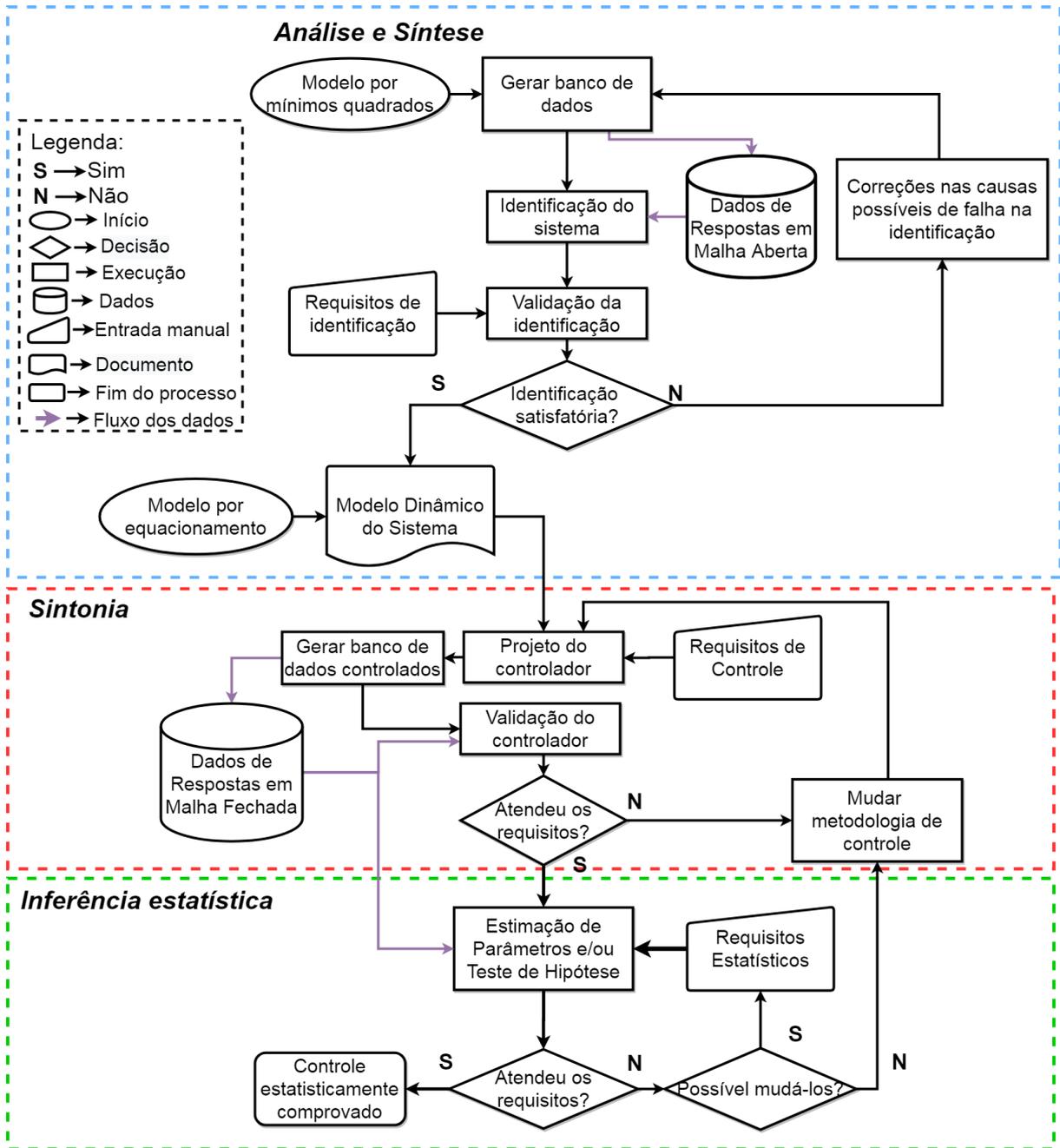
4.1 Metodologia Geral

Na Figura 4.1.1 é apresentado o fluxograma de todas as etapas necessárias para o desenvolvimento da metodologia para a validação estatística de controle com incertezas paramétricas, sendo dividida em três etapas: Modelagem (Análise e Síntese), Sintonia e Inferência estatística.

Na etapa de modelagem (análise e síntese) da planta é obtida a dinâmica do sistema utilizada para a sintonia do controlador. Normalmente, esta dinâmica é obtida por meio de equacionamento do sistema a partir dos princípios físicos. Neste caso, pode-se tornar custosa a obtenção do modelo com várias incertezas paramétricas, pois geraria muitos elementos constantes dentro da matriz de estados e de controle, e.g., indutâncias, resistências, capacitâncias, para o desenvolvimento das equações.

Para casos com a necessidade de utilizar um maior número de incertezas, o método de identificação de sistemas via dados é sugerido. O primeiro passo é gerar um banco de dados amostral com as variáveis de estados do sistema sem controle, impondo variações nos elementos que possuam incertezas paramétricas durante as simulações. As variações escolhidas devem ser salvas para utilização posterior na metodologia, i.e., salvar os valores impostos ou a média, desvio padrão e a distribuição utilizadas das variáveis. Há também

Figura 4.1.1 – Metodologia.



Fonte: Autor.

a possibilidade deste banco de dados ser levantado através de testes experimentais por amostragem de uma linha de produção, não sendo necessário realizar variações de parâmetros de forma controlada, pois seriam analisadas as incertezas físicas reais. Utilizando a teoria de regressão apresentada na subseção 3.1.1 é realizada a modelagem do sistema no espaço de estados. Diferentes métodos para identificação de sistemas podem ser utilizados nesta etapa [55] [56] [57].

Na segunda etapa, sintonia do controlador, é aberta a possibilidade de utilizar

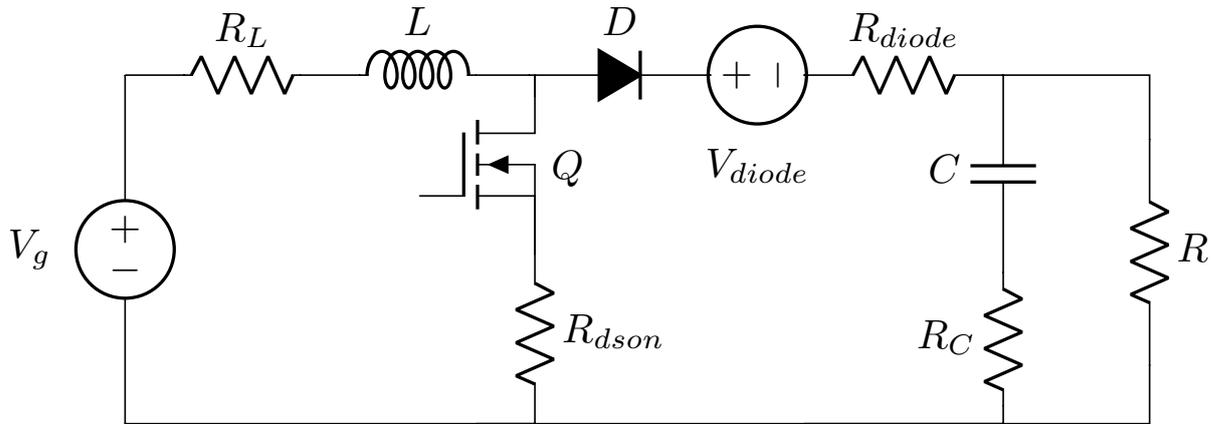
qualquer metodologia de controle desejada, sendo o modelo obtido na etapa anterior utilizado para o cálculo dos ganhos do controlador. Apesar da possibilidade de escolha, o desempenho do controlador deve ser capaz de garantir os requisitos do projeto (Ultrapassagem percentual ou *overshoot* e o tempo de assentamento) para o sistema. Para tal análise, um banco de dados é gerado com a variável controlada. Este banco é obtido por meio de simulações, impondo novamente variações nos parâmetros incertos, ou por meio de experimentos. As plantas utilizadas para gerar estes novos dados com o sistema controlado podem ser as mesmas anteriores ou podem consistir em um novo sorteio da mesma população, ou seja, com a mesma função densidade de probabilidade para cada parâmetro incerto. Caso o controlador escolhido seja insuficiente para alcançar os requisitos, deve-se realizar alterações na metodologia de controle. Se os requisitos não forem atendidos com diferentes metodologias de controle, é possível que seja inviável perante as variações paramétricas e limitações físicas do sistema. Neste caso é necessário modificar os requisitos para valores viáveis.

A inferência estatística é realizada para verificar a confiabilidade do controlador projetado para a população com as incertezas paramétricas, ou seja, a probabilidade da planta atender ou não os requisitos. Utilizando o banco de dados com a variável controlada da etapa anterior, testes estatísticos são utilizados para esta verificação. Por exemplo, utilizando teste de hipótese sobre a amostra é verificado se o tempo de assentamento e o *overshoot* são menores que o valor esperado com determinado nível de significância. Ou pode-se inferir sobre a resposta da população dentro de um intervalo com um nível de confiança escolhido. A quantidade de dados interfere na inferência, sendo que, de uma forma geral, quanto maior a quantidade de dados do banco, mais precisa será a inferência sobre a população. Ou seja, dependendo do erro amostral aceitável e da variabilidade do resultado pode ser necessário aumentar a quantidade de dados, como usual nas análises estatísticas. Na situação em que os testes apontem que a população não atinge os requisitos do projeto, deve-se reajustar os níveis de confiança ou significância ou a quantidade de dados. Ao contrário, o controle projetado deverá atender os requisitos para a população com incertezas com significância (ou risco de não atender) determinada.

4.2 Metodologia aplicada: Modelagem (Análise e Síntese)

O modelo chaveado de simulação do conversor boost utilizado para obter os dados para regressão é mostrado na [Figura 4.2.1](#), com as seguintes incertezas paramétricas: resistência e indutância do indutor (R_L e L), resistência e capacitância do capacitor (R_C e C), resistência interna do transistor de efeito de campo - MOSFET (R_{dson}), frequência de chaveamento (f_{sw}), ciclo de trabalho (do inglês, *duty cycle*) (D), queda de tensão e resistência do diodo (V_{diode} e R_{diode}).

Figura 4.2.1 – Conversor CC-CC Boost.



Fonte: Autor.

Para gerar o banco de dados inicial para o sistema com e sem ruído foi utilizado o código da [seção A.1](#). O banco de dados contém a resposta no tempo para o conversor com parâmetros variados, utilizando combinações aleatórias normalmente distribuídas das incertezas paramétricas, apresentadas anteriormente. A [Tabela 3](#) apresenta os valores mínimos e máximos usados na simulação. Como esta planta é conhecida e amplamente discutida na literatura, as variáveis de estado comumente utilizadas são: a corrente no indutor e a tensão no capacitor.

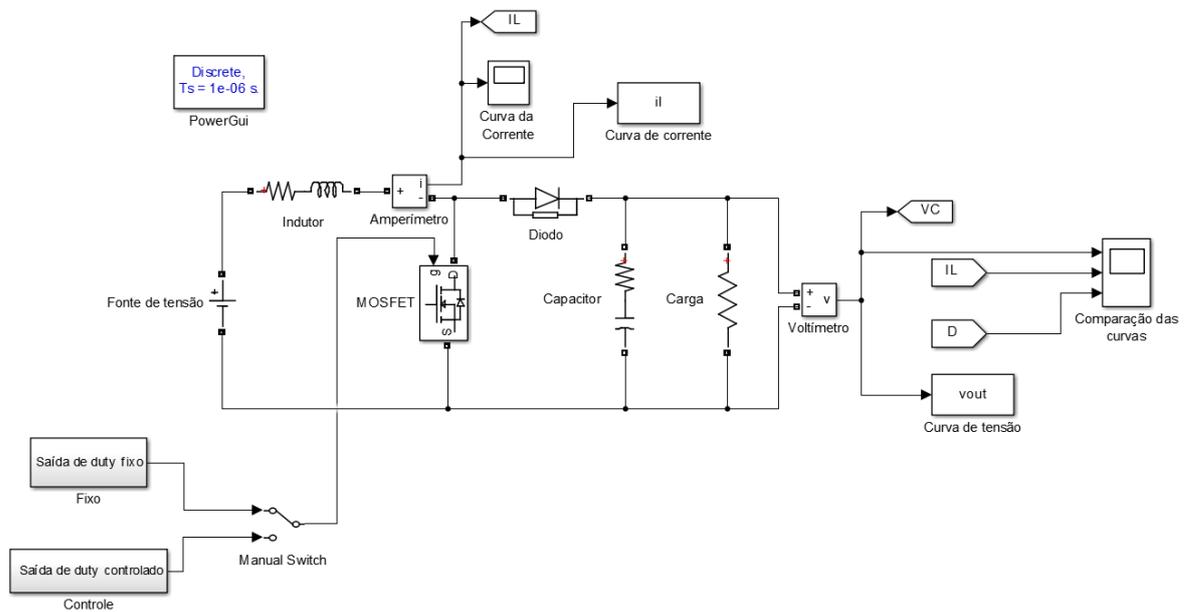
Tabela 3 – Parâmetros do sistema considerados com incertezas (média e desvio padrão).

Parâmetro	Média	Desvio Padrão
F	40 kHz	95,627 Hz
L	210 μH	1.2938 μH
R_L	1 m Ω	94.551 $\mu\Omega$
C	220 μF	0.78892 μF
R_C	1 m Ω	0.92537 $\mu\Omega$
D	0,5	0,0114
R_{dson}	0.1 Ω	0.0084 Ω
V_{diode}	0,8 V	0,0114 V
R_{diode}	1 m Ω	10.815 $\mu\Omega$

Para simulação e obtenção das curvas, utilizou-se a simulação apresentada na [Figura 4.2.2](#) para os dados sem ruído. Para garantir uma boa resolução dos dados e tempo computacional, a planta foi simulada em tempo discreto com uma frequência de 1MHz (1 μs de passo de simulação) com a aquisição das curvas nesta mesma frequência. Neste processo são geradas 30 curvas, que segundo [17] é a menor quantidade de amostras para a aplicação de teoria de inferência, tanto para tensão quanto para a corrente, das quais 20 são utilizadas na regressão para obter o modelo da dinâmica do sistema e as outras 10 são usadas para realizar a validação do modelo.

Uma razão cíclica inicial $D = 0,5$ foi aplicada ao sistema para a estabilização da planta foi imposta e, após passar 20 ms de simulação, aumentado para 60%, sendo as curvas utilizadas para a análise a partir desta segunda razão cíclica, ou seja, as curvas obtidas antes dos 20 ms foram desconsideradas. Isto foi feito em decorrência dos elevados valores de corrente e tensão decorrentes das condições iniciais nulas. Normalmente, em termos práticos, para evitar essa sobrecarga no sistema, um diodo de pré-carga (do inglês, *bypass*) entre a fonte e a carga é utilizado a fim de induzir sobre a carga a mesma tensão da fonte de alimentação, aliviando assim o sistema.

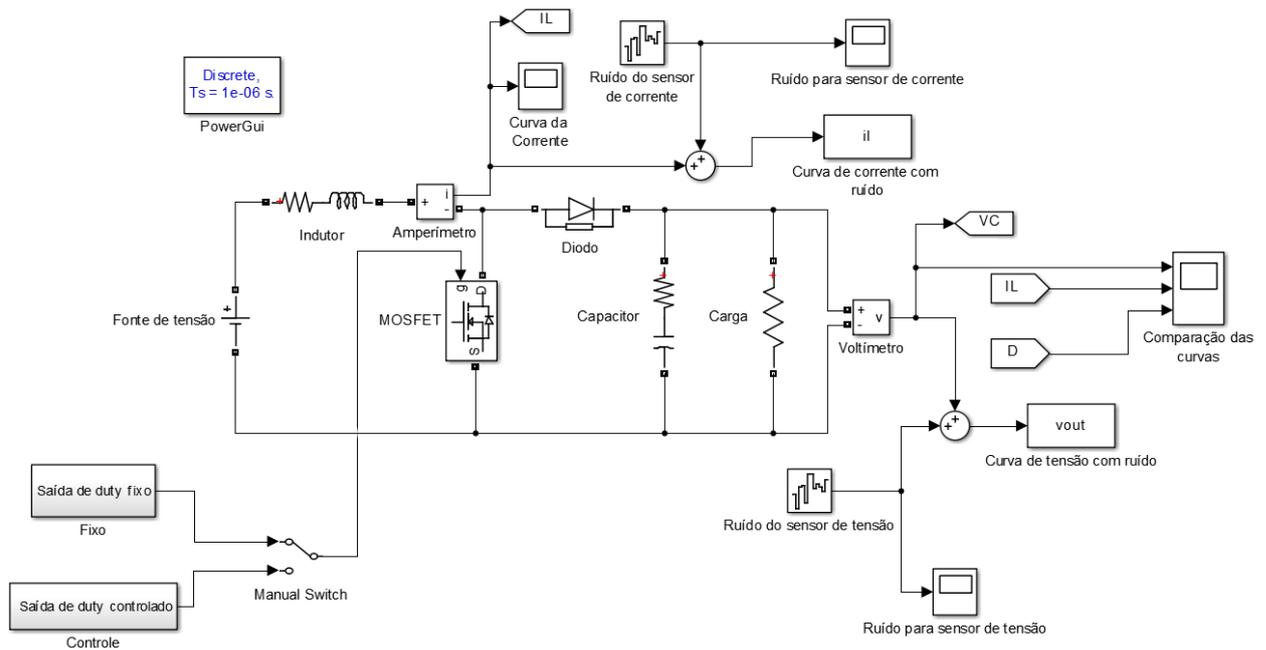
Figura 4.2.2 – Conversor boost simulado SEM ruído.



Fonte: Autor.

O ruído é utilizado para simular problemas durante a aquisição de dados a partir de resultados experimentais. Para tal foi simulado o modelo apresentado na [Figura 4.2.3](#). Utilizando o código da [seção A.1](#) foram obtidos os valores de *noise power*, *sample time* e *Seed* necessários para a definição do ruído gerado pelo bloco *Band-Limited White Noise*.

Figura 4.2.3 – Conversor boost simulado COM ruído.



Fonte: Autor.

A frequência de amostragem de 1 MHz é, em termos práticos, difícil de ser realizada, portanto para a etapa de síntese foi feita uma nova amostragem utilizando o comando *reshape*. Ao utilizar este comando é possível reduzir o número de pontos, uma vez que este comando agrupa os sinais do mesmo intervalo de tempo em blocos (ver seção 5.1). Desta forma é possível analisar funções de densidade de probabilidade específicas para cada período de tempo. Em seguida, podem ser aplicadas medidas de tendência sobre cada intervalo, resumindo cada bloco a um único valor. Neste trabalho, foram utilizados 100 pontos para regressão e foi calculada a mediana destes pequenos blocos no tempo para os bancos de dados em malha aberta, resultando em uma nova frequência de amostragem de 10 kHz (tempo de amostragem $T_s = 100\mu\text{s}$).

Utilizando a regressão linear a partir da mediana por blocos dos dados de treinamento (20 das 30 respostas), tanto para a variável de tensão quanto para a de corrente é obtido o modelo dinâmico do sistema no tempo discreto T_s . O critério para definir uma boa regressão para a tensão e para a corrente foi obter um valor de $R^2 > 0,95$ para ambas as curvas e realizado um teste de hipótese para a regressão com 1% de significância [17]. Também são comparadas, sem utilização de cálculo adicional, as 10 curvas de validação que não foram utilizadas na regressão com a resposta do modelo para garantir que este prevê o comportamento dinâmico.

Por não ser o foco deste trabalho a implementação digital do controlador, os modelos obtidos no espaço de estados em tempo discreto foram transformados para o tempo contínuo, utilizando o método do segurador de ordem zero (do inglês, *Zero Order Holder* - ZOH), apresentado no código seção A.2. Sendo os modelos em tempo contínuo, na pa-

rametrização descrita na [Equação 4.1](#), utilizados para fazer o projeto dos controladores e as inferências estatísticas.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} d(t) \quad (4.1)$$

4.3 Metodologia aplicada: Sintonia

Para verificação da metodologia foram utilizadas três formas de sintonia para o controle. A forma mais clássica de controle para conversores utilizando PI modo tensão, realimentação de estados completa e norma \mathcal{H}_∞ . O requisito de controle para as sintonias foram: 5% de *overshoot* e 4 ms de tempo de assentamento. Foram gerados bancos de dados da variável controlada (tensão no capacitor) com trinta simulações para cada método de controle, utilizando os mesmos valores para as incertezas utilizadas na simulação em malha aberta.

4.3.1 Controle PID no modo tensão

A função de transferência da tensão de saída do conversor boost em função de variações na razão cíclica possui um zero no semi-plano direito, o que insere complicações no projeto de controle usando apenas o PI no modo tensão. A maneira intuitiva de entender o efeito do zero do semi-plano direito é que ao aplicar um degrau positivo de razão cíclica, a tensão de saída diminuirá inicialmente, em vez de aumentar e, após algum tempo, a tensão começará a aumentar para o nível esperado em regime permanente. Ou seja, é um efeito de ganho negativo que ocorre na planta em altas frequências. Portanto, o projeto do controlador deverá manter o sistema lento, ou seja, selecionando a largura de banda mais baixa (redução da frequência de cruzamento de ganho).

Uma forma simples de aumentar a velocidade de controle usando controladores tradicionais é utilizar o modo corrente, que elimina esse zero ao introduzir uma malha para o controle de corrente junto com o controle de tensão. Porém, para o boost será empregado o controle por modo tensão, como pior caso, para explorar as possibilidades da metodologia. Outra forma para aumento da velocidade é trabalhar em [MCD](#), que elimina o zero do semi plano direito[58], fazendo a redução do valor da indutância na entrada.

Para o controle foi utilizado o código da [subseção A.2.1](#), sendo utilizada a metodologia de cálculo apresentada em [subseção 3.2.2](#) e a função de transferência é obtida ao utilizar o comando `ss2tf` nas matrizes do modelo em espaço de estado obtido por mínimos quadrados. Como explicado previamente, a ação do controle não pode ser rápida a ponto

de tornar a planta instável, por isto foi escolhida margem de fase de 91° e frequência de corte de 81 Hz, com 40 kHz de frequência de chaveamento.

4.3.2 Controle por realimentação de estados

O modelo do conversor boost não possui características de integrador, portanto para impor erro zero em regime permanente é necessário inserir um polo pelo controle. A [Equação 4.2](#) apresenta o modelo expandido para o conversor boost.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_l(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{\Theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \\ \Theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (4.2)$$

A planta desejada para possuir os requisitos de 5% de *overshoot* e 4 ms de tempo de assentamento, deve ter uma constante de amortecimento de 0,6901 e frequência natural de 941,8833 Hz, seguindo [Equação 3.14](#). Esses requisitos implicam em polos conjugados em $p_{1,2} = -0,65 \pm 0,6816i$. Como o modelo expandido possui um pólo a mais, este será alocado em $p_3 = 10 \times \text{Re}(p_1)$. O código da [seção A.2](#) descreve como foi feito o cálculo dos ganhos, utilizando o comando *acker*, que utiliza a equação de Ackermann que foi apresentada na [subseção 3.2.3](#).

4.3.3 Controle por norma \mathcal{H}_∞

O controle por norma \mathcal{H}_∞ será calculado utilizando o modelo equacionado do conversor. Para tal, serão consideradas regiões de restrições via LMI dos três tipos: por $\alpha = 2 \times 10^3$; por circunferência, com $\rho = 1 \times 10^3$ e $q = \alpha + \rho$; e por ângulo, com $\theta = \frac{20\pi}{180}$. Esses valores foram obtidos de forma empírica. Foi considerado um politopo de duas incertezas: na carga, com a resistência variando de $(40;66)\Omega$ e no *duty cycle* de $(0.5;0.6)$, com potência de 12 W do conversor.

O código da [subseção A.2.3](#) apresenta o cálculo para o controle. Foi utilizado o Yalmip/Sedumi para descrever as LMI's por sua facilidade. A matriz B_1 para a entrada exógena será considerada $B_1 = [V_g/(L*D); 0]$ considerando $w(t) = [V_g \ I_{out}]$. As variáveis de LMI são as mesmas descritas em [subseção 3.2.4](#) e foram usadas as mesmas LMIs para restrição com adição da entrada exógena $B_1w(t)$. As LMIs e o ganho são calculados.

4.4 Metodologia aplicada: Inferência Estatística

Para a inferência estatística serão utilizadas duas análises: intervalo de confiança e teste de hipótese. Esta primeira forma é utilizada principalmente a caráter de comparação,

possuindo o intervalo é possível discutir a robustez do controle e o segundo é utilizado para garantir que o controle atenda os requisitos desejados de 5% de *overshoot* e 4ms de tempo de assentamento.

4.4.1 Intervalo de confiança

A inferência estatística será realizada para estimar o *overshoot* e o tempo de assentamento médio da população de plantas possíveis devido às incertezas consideradas. Cada parâmetro pode ser estimado com os respectivos intervalos de confiança com probabilidade determinada, como é típico de análises estatísticas. A amostra necessária para inferência é composta por dados de resposta ao degrau das variáveis de interesse do sistema, obtidos de experimentos ou modelos de simulação mais detalhados que se aproximem do sistema real.

O código em [seção A.3](#) apresenta o detalhamento de como foi implementada a inferência descrita nesta seção. O comando *stepinfo* retorna os parâmetros amostrais desejados, sendo necessária a configuração de *yfinal* para 24 e o *Settling Time Threshold* para 0,05 (5% de erro de regime permanente para a aquisição do tempo de assentamento). Como o tempo de assentamento tem um *offset* de 20 ms, esse valor foi subtraído nesse estágio. Estes parâmetros amostrais são então obtidos para todas as respostas obtidas no tempo. Podendo ser feitas inferências independentes para malha aberta ou malha fechada com diferentes metodologias de controle que sejam aplicadas. Neste trabalho, serão aplicados para comparação o controle clássico em modo tensão, o controle por realimentação de estados projetado com a fórmula de Ackermann e controle robusto projetado com \mathcal{H}_∞ , conforme já explicado.

O ruído e as incertezas paramétricas foram aplicadas considerando a distribuição normal e os parâmetros a serem estimados também tendem a ter distribuição normal devido ao Teorema do Limite Central[17].

4.4.2 Teste de hipótese

O teste de hipótese será feito sobre a média das duas variáveis utilizadas nos requisitos de projeto. Já que os parâmetros devem ser menor ou igual ao valor requisitado, o teste será unicaudal à esquerda, ou seja, a hipótese nula terá uma média maior que o valor testado, enquanto a hipótese alternativa será menor, sendo isso descrito pelas [Equação 4.3](#) e [Equação 4.4](#). Ao rejeitar a hipótese nula está garantido que o controlador atende aos requisitos de projeto, que são 5% de *overshoot* e 4 ms de tempo de assentamento.

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_{OS\%} &> 5 \\ H_1 : \mu_{OS\%} &\leq 5 \end{aligned} \tag{4.3}$$

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_{ST} &> 0.004 \\ H_1 : \mu_{ST} &\leq 0.004 \end{aligned} \tag{4.4}$$

O nível de confiança utilizado é de 99%, impondo um nível de significância de 1%. Como o valor da variância populacional é desconhecido, será utilizada a variância amostral e a distribuição t de *Student* para o teste de hipótese. O valor p é calculado conforme descrito na [subseção 3.3.2](#) e seu código está na [seção A.3](#).

4.5 Análise comparativa

A análise comparativa é feita para:

- verificar a diferença do controle utilizando modelo por dados e modelo por equacionamento, usando a mesma forma de sintonia [subseção 5.4.1](#);
- verificar o impacto da utilização de diferentes tipos de controle na resposta do sistema [subseção 5.4.2](#).

Para ambas comparações será utilizado o comando *histfit*, que gera o histograma dos dados com a curva da PDF normal sobreposta, para comparação gráfica, e o intervalo de confiança do *overshoot* e tempo de assentamento para cada caso.

A primeira comparação é realizada para verificar a necessidade de utilizar modelos considerando grande quantidade de incertezas paramétricas para obter o controle desejado. Para tal, é utilizada a [Equação 3.49](#) sem consideração de incertezas paramétricas. São obtidos os ganhos de realimentação de estados utilizando essa forma de equacionamento e, em seguida, os resultados são comparados com o controle obtido pelo modelo de mínimos quadrados. A segunda comparação é feita para explorar a realimentação do fluxograma no momento que o controle não atende os valores de *overshoot* e tempo de assentamento exigidos. Como o controle por PI modo tensão possui problemas de velocidade por conta da natureza da planta, este foi escolhido para exemplificar a iteratividade da metodologia.

5 Resultados

Este capítulo será dividido em 4 seções, sendo a primeira a de análise e síntese, onde será apresentado a modelagem do sistema, a segunda de sintonia, apresentando o controle por realimentação de estados, em seguida a de inferência estatística onde o controlador será validado para atuação com incertezas paramétricas. Ao final do capítulo também serão apresentados dois comparativos: um entre os controles obtidos por modelagem com dados e por equacionamento utilizando realimentação de estados e outro comparativo entre controle por PI modo tensão e a realimentação de estados completa utilizando o modelo obtido por mínimos quadrados com ruído.

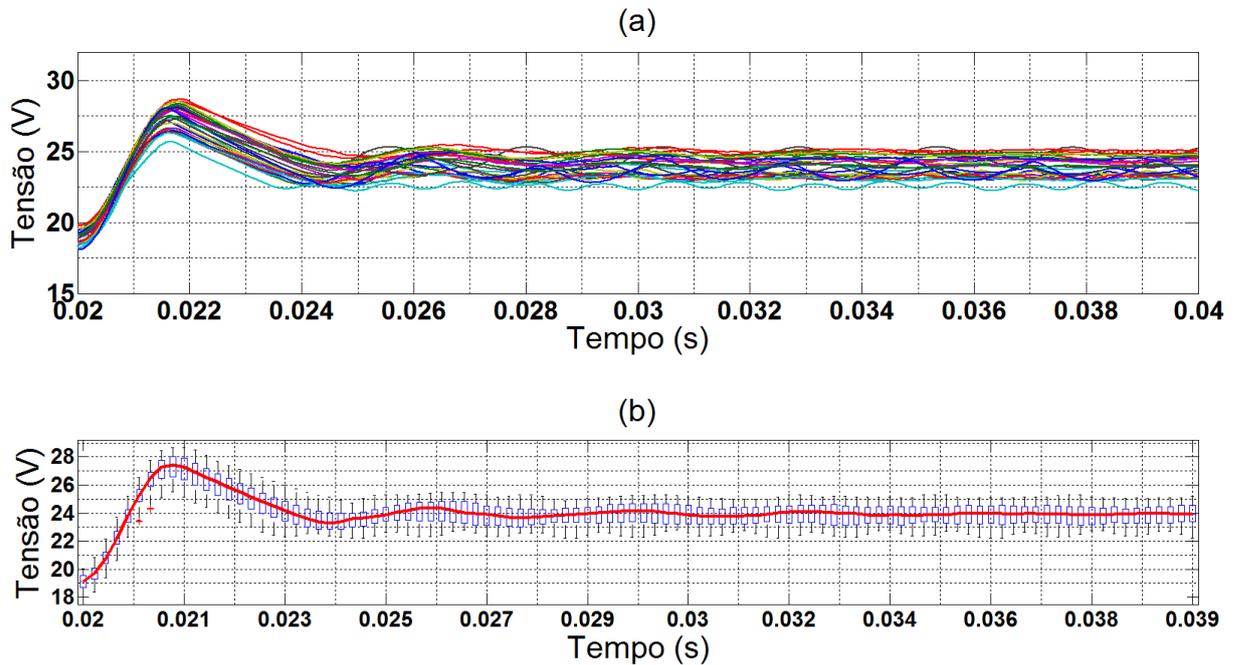
5.1 Etapa 1 - Modelagem (Análise e Síntese) da planta

Esta etapa foi realizada de duas formas distintas, considerando o sistema sem ruído e sistema com ruído para verificação da influência deste fator na regressão. Para os dados dos elementos passivos, a [Tabela 3](#) no Capítulo anterior, apresenta a média e o desvio padrão para cada incerteza utilizada. O conversor opera com tensão de entrada de 12 V, tensão de saída de 24 V com potência de 12 W.

5.1.1 Modelagem da planta sem ruído

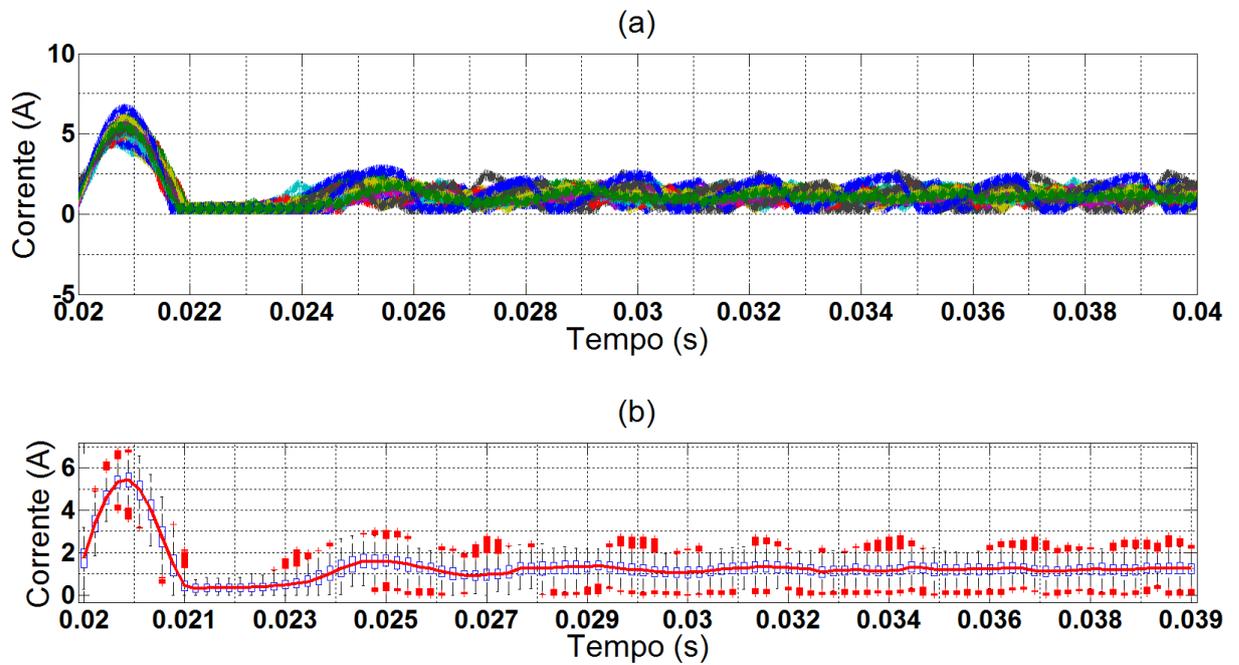
As [Figura 5.1.1](#) e [Figura 5.1.2](#) apresentam as respostas de tensão e corrente, nesta ordem, na parte superior dos gráficos e o respectivo diagrama de caixa (do inglês, *boxplot*) na parte inferior. Cada caixa do *boxplot*, classificada por tempo (comando *reshape*), apresenta a tendência e a variabilidade de todas as respostas no intervalo de tempo correspondente. Isto corresponde à PDF condicional da tensão ou da corrente dado um determinado valor de tempo $P_v(V|t)$ ou $P_i(I|t)$. Desta forma, todas as caixas do gráfico ilustram a PDF conjunta $P(V, t)$ e $P(I, t)$ de probabilidades das respostas do sistema para cada valor de tensão ou corrente e de tempo.

Figura 5.1.1 – (a)Resposta da tensão do capacitor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta SEM ruído.



Fonte: Autor.

Figura 5.1.2 – (a)Resposta da corrente no indutor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta SEM ruído.



Fonte: Autor.

Na [Figura 5.1.2](#) é possível observar que alguns dos conversores gerados aleatoriamente entram em modo de condução descontínua. A ocorrência deste modo de condução durante o transitório implica em um comportamento dinâmico não linear. Neste caso, seria necessária outra metodologia para obtenção do modelo médio por equacionamento, que normalmente é linearizado para pequenas perturbações em torno do ponto de operação. Porém, utilizando regressão é possível considerar os dados das respostas dos conversores com maior amplitude de perturbação, variando entre os modos de condução contínua e descontínua. O modelo obtido pela regressão ainda é linear, mas será o modelo linear cuja resposta que minimiza o erro quadrático entre as respostas incertas e não lineares.

A identificação do sistema é feita conforme apresentado na [seção 4.2](#). A linha vermelha nos gráficos de *boxplot* são as medianas por intervalos de tempo que foram obtidas com as curvas simuladas de tensão e corrente. Estas duas curvas foram inseridas no comando, de forma separada, *regress* e depois convertidas para contínuo, a fim de obter a [Equação 5.1](#) que apresenta a dinâmica do sistema.

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -600,7 & -1461 \\ 1839 & -65,93 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 65777 \\ -1145,8 \end{bmatrix} d(t) \quad (5.1)$$

O sistema possui 2 polos conjugados em $-333,3 \pm 1617,3j$ e um zero em $1,05 \times 10^5$. Para avaliar a qualidade do modelo, é verificado o valor de R^2 , que para tensão ficou em 0,9962 e para a corrente de 0,9609, o valor p que ficou em $3,3303 \times 10^{-117}$ para a regressão da tensão e de $2,3690 \times 10^{-69}$ para regressão da corrente. Como o valor p atingiu valores baixos, será apresentado um limite $> 0,01\%$ para esses casos. Em seguida, as 10 amostras que não foram usadas para realizar a regressão são utilizadas para validação. As [Figura 5.1.3](#) e [Figura 5.1.4](#) apresentam a validação gráfica do modelo. A curva preta representa a resposta dinâmica do modelo linear obtido e a pontilhada corresponde à resposta não-linear requerida para identificação, sendo igual a linha vermelha em [5.1.1](#). Como não há limites inferiores as variáveis de estado no modelo linear, a curva de corrente do modelo assume valores negativos em determinado momento, porém não impede o desenvolvimento da sintonia do controle para esta planta.

Figura 5.1.3 – Curvas da tensão do capacitor para validação do sistema identificado SEM ruído: (a) Mediana requisitada; (b) Banco de curvas de comparação.

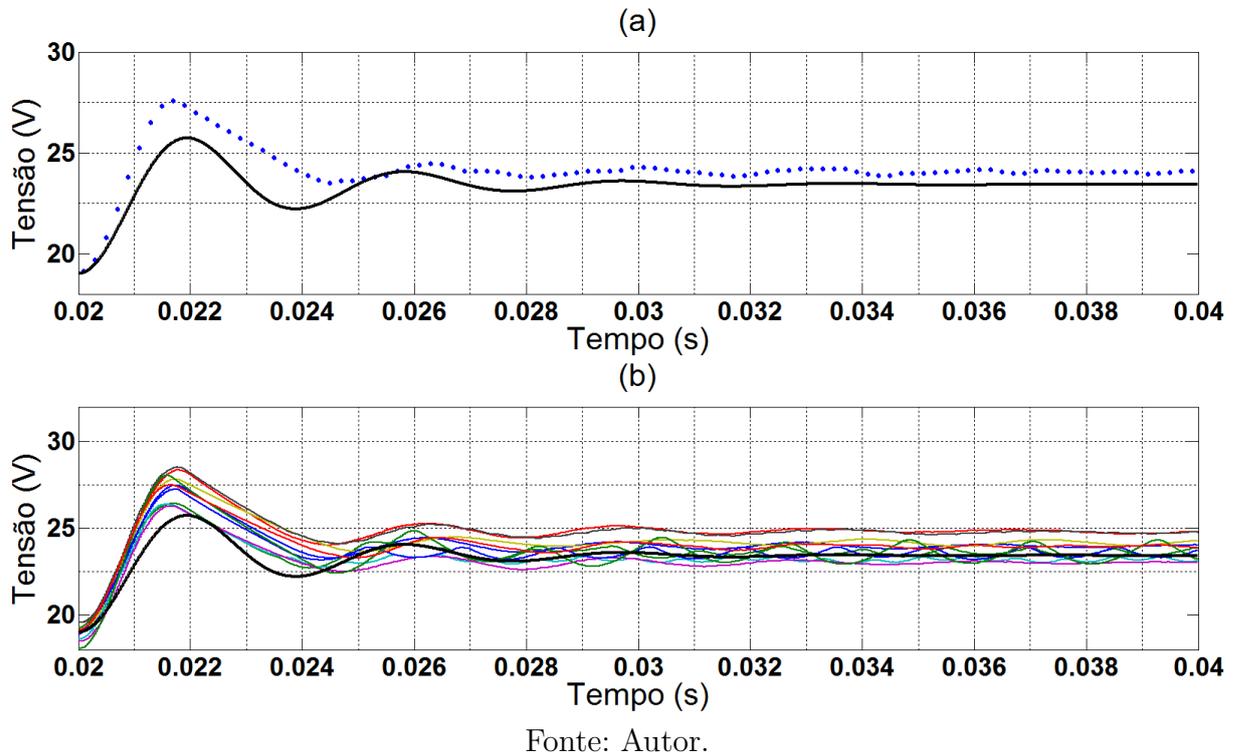
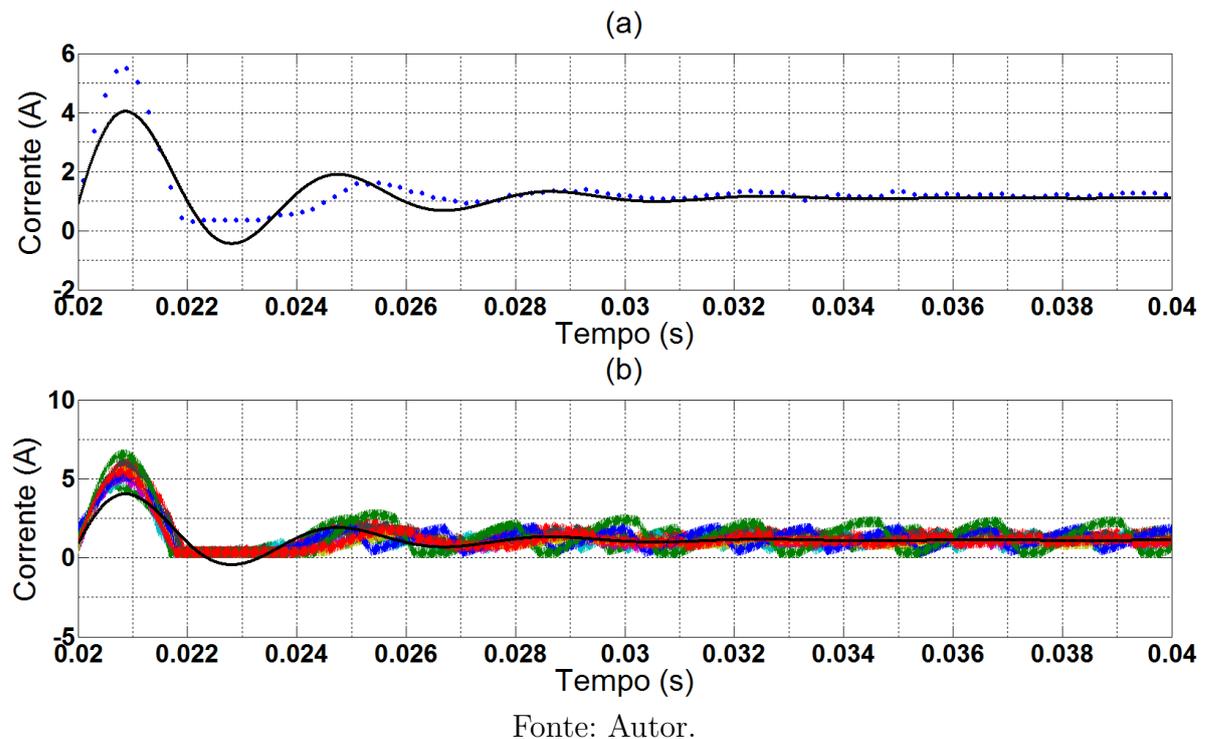


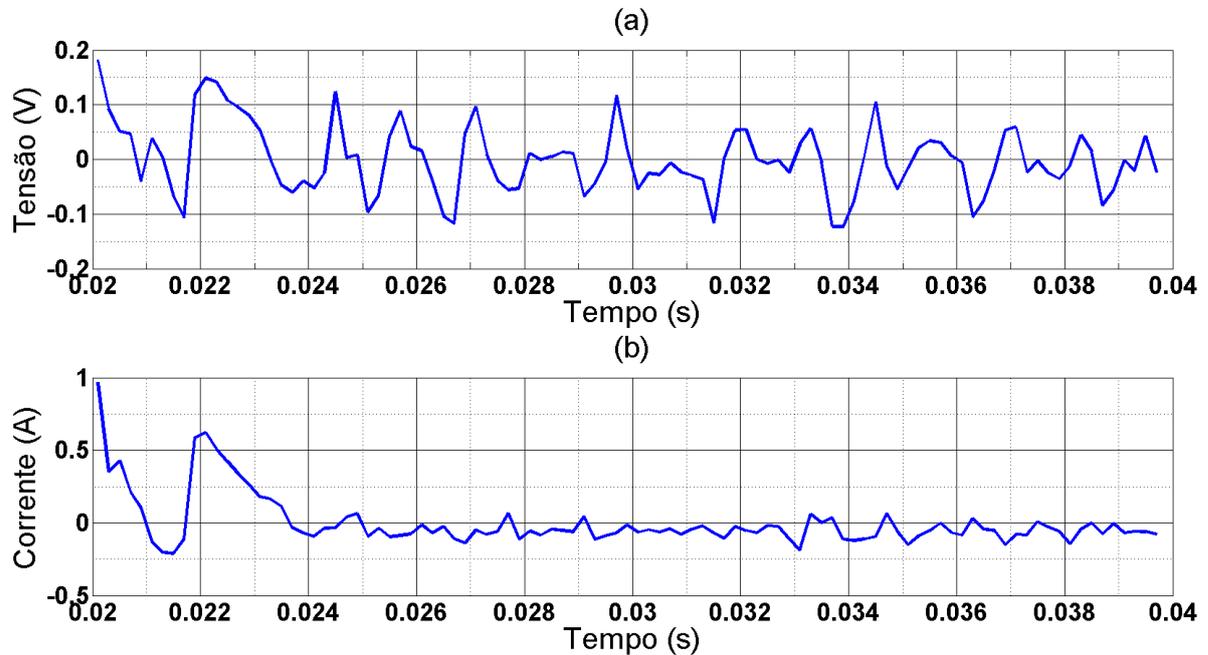
Figura 5.1.4 – Curvas da corrente do indutor para validação do sistema identificado SEM ruído: (a) Mediana requisitada; (b) Banco de curvas de comparação.



A Figura 5.1.5 apresenta o resíduo para as curvas durante o tempo, sendo notável que o resíduo pós assentamento da planta é baixo. Técnicas de regressão robusta podem

melhorar o modelo, porém para este estudo a regressão atende os requisitos, capturando a dinâmica da planta.

Figura 5.1.5 – Resíduo na (a) tensão e (b) corrente no sistema identificado SEM ruído



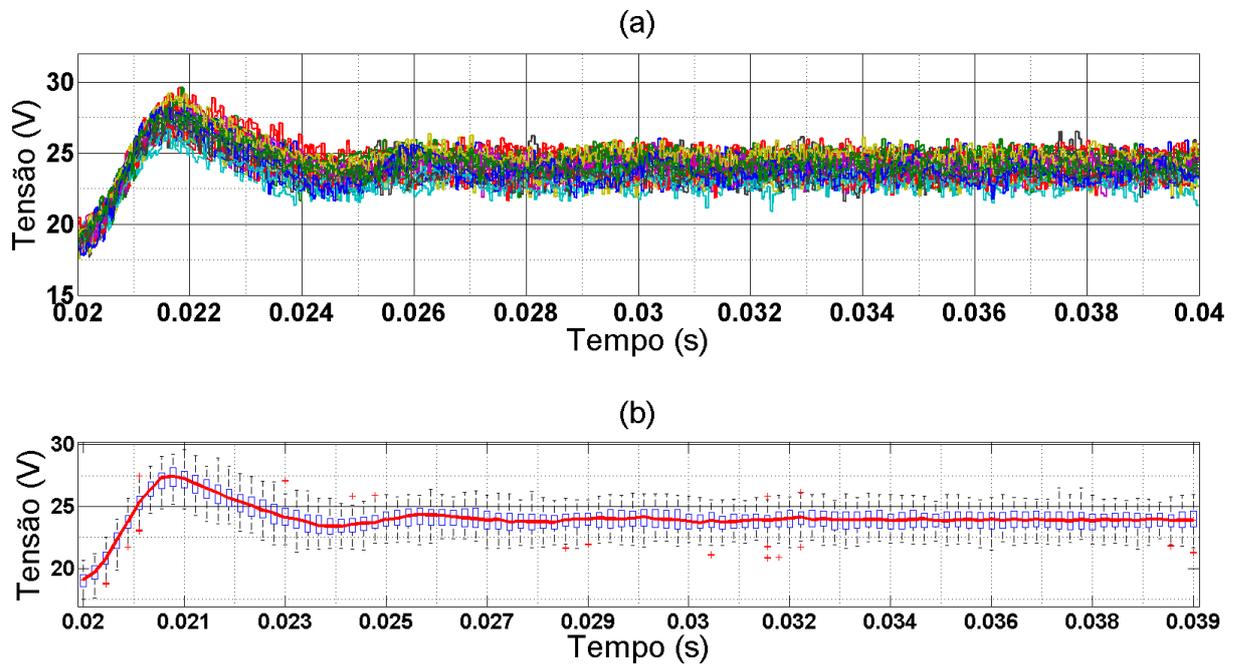
Fonte: Autor.

5.1.2 Modelagem da planta com ruído

Para situações práticas, mesmo com utilização de filtros passivos, ativos ou digitais, o ruído mantém-se presente nos dados obtidos. Normalmente, os efeitos por interferência eletromagnética (do inglês, *electromagnetic interference*, EMI) são os mais difíceis de serem solucionados. A simulação com EMI no sistema impõem dificuldades tanto computacionais quanto algébricas. Além disto, outros meios podem ser utilizados para mitigar o EMI dos dados como a aquisição desincronizada com o chaveamento. Portanto, não será feito o estudo de impacto desse distúrbio.

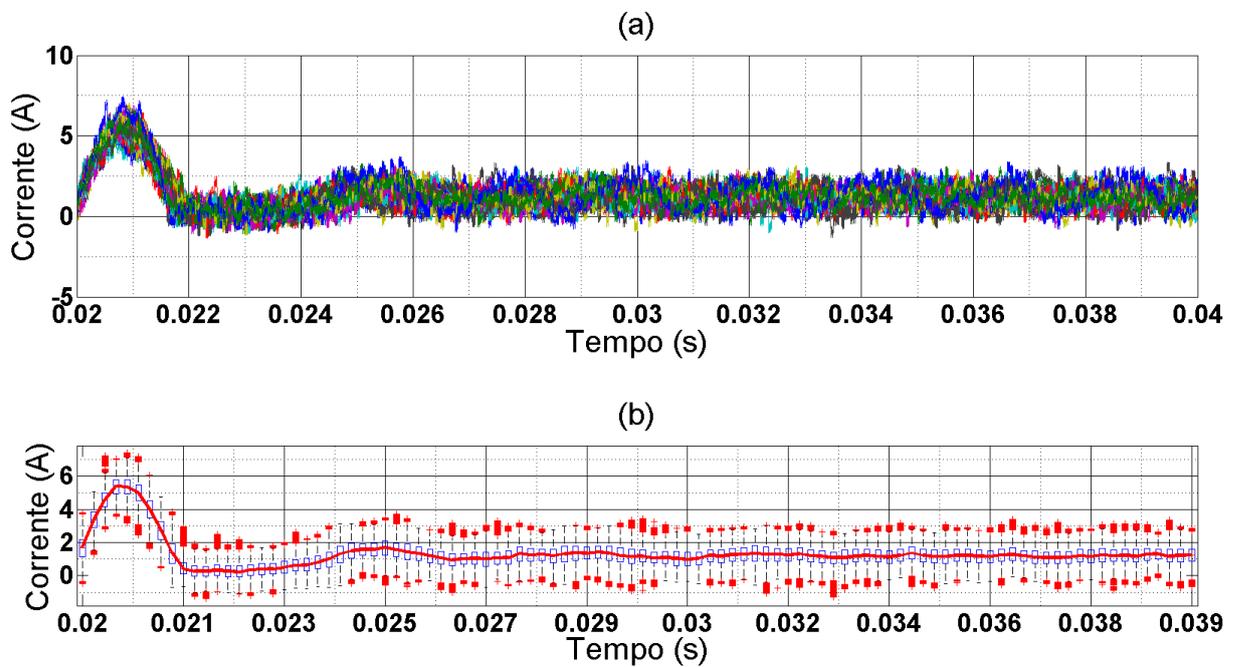
A Figura 5.1.6 e a Figura 5.1.7 apresentam a tensão na carga e a corrente no indutor, respectivamente, bem como o *boxplot* das mesmas com destaque para a curva das medianas em vermelho. Apesar do ruído distorcer as formas de onda, utilizar a estatística descritiva para obter a dinâmica do sistema induz uma filtragem sobre os dados. É possível notar que as curvas das medianas obtidas na subseção 5.1.1 tanto para tensão quanto para corrente são similares as obtidas sem ruído.

Figura 5.1.6 – (a)Resposta da tensão do capacitor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta COM ruído.



Fonte: Autor.

Figura 5.1.7 – (a)Resposta da corrente no indutor; e (b)Diagrama de caixa em malha aberta COM ruído.



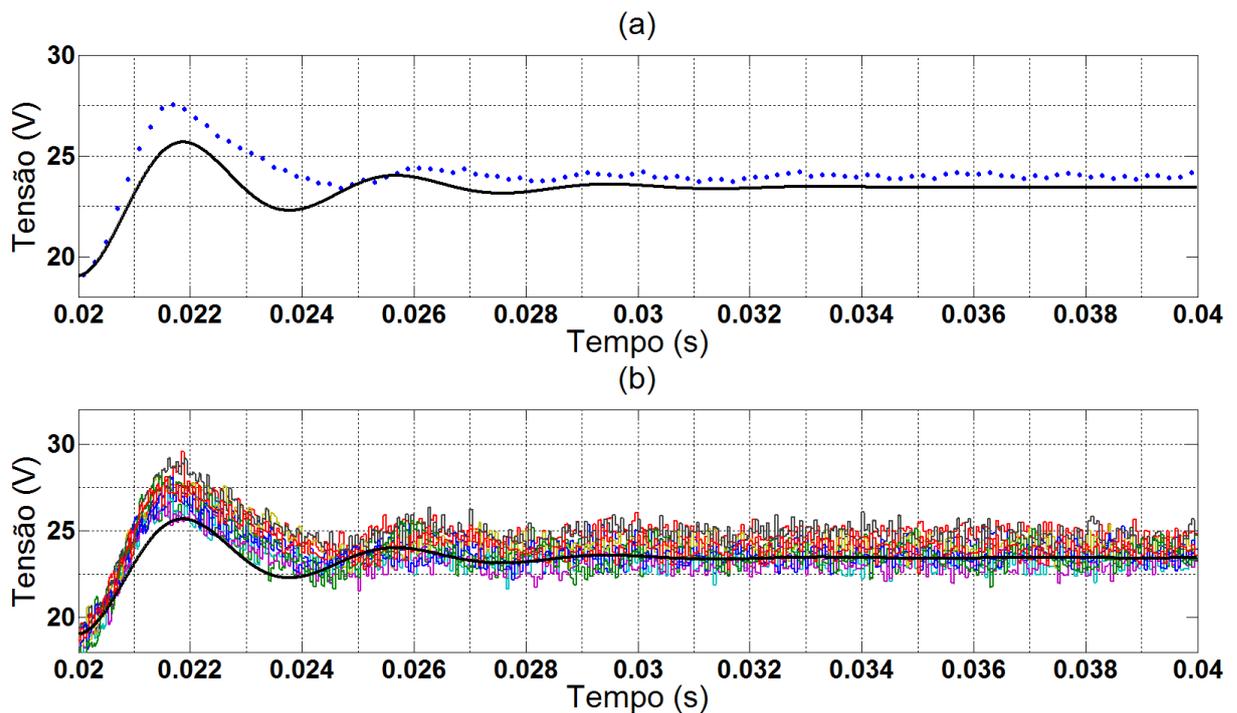
Fonte: Autor.

Utilizando novamente o comando *regress* para obter o modelo dinâmico do sistema, têm-se a [Equação 5.2](#). Como esperado, ao comparar esta equação com a [Equação 5.1](#) (modelo obtido sem ruído nos dados), o resultado foi similar, que será demonstrado com maiores detalhes na [subseção 5.1.3](#).

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -567,1187 & -1525,8 \\ 1820,9 & -140,3148 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 68358 \\ 2169,9 \end{bmatrix} d(t) \quad (5.2)$$

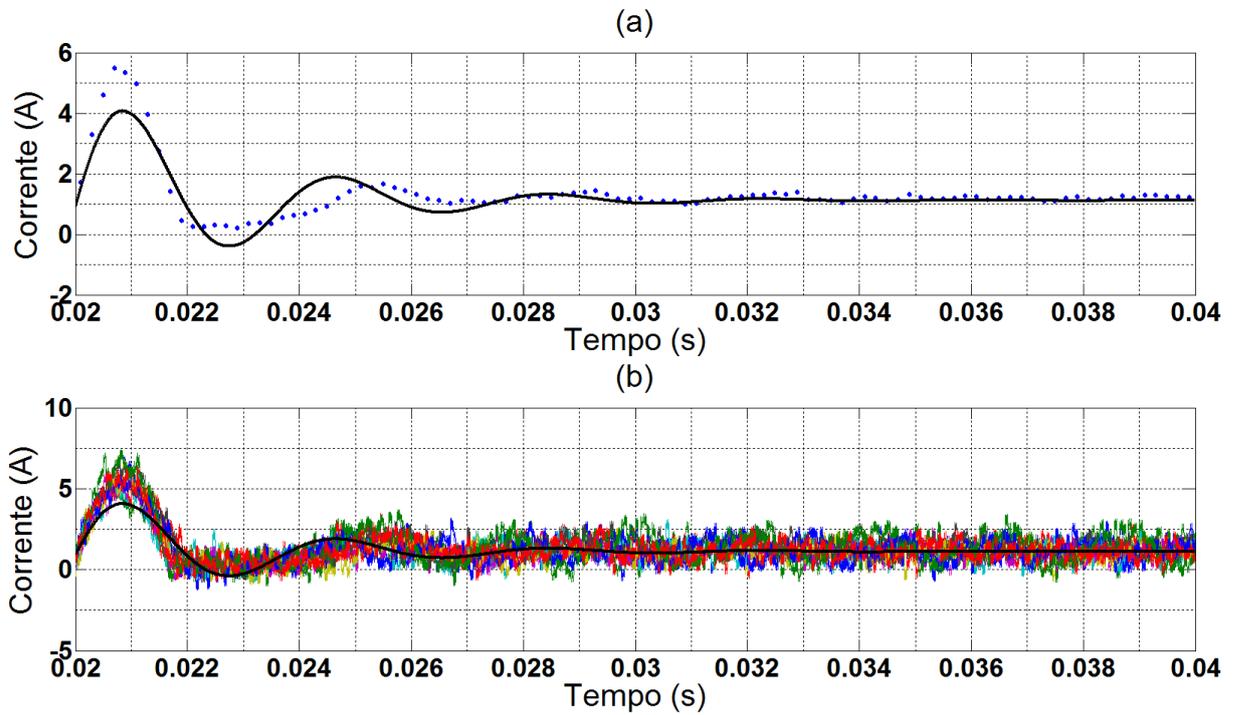
Utilizando a mesma metodologia da verificação da dinâmica sem ruído, as [Figura 5.1.8](#) e [Figura 5.1.9](#) são geradas para validar o modelo obtido, possuindo coeficiente de determinação de 0,9860 para a tensão e de 0,9631 para corrente e valor p de $> 0,01\%$ para regressão da tensão e de $> 0,01\%$ para a regressão da corrente. A [Figura 5.1.10](#) mostra os resíduos no tempo para ambas variáveis de estado.

Figura 5.1.8 – Curvas da tensão do capacitor para validação do sistema identificado COM ruído: (a) Mediana requisitada; (b) Banco de curvas de comparação.



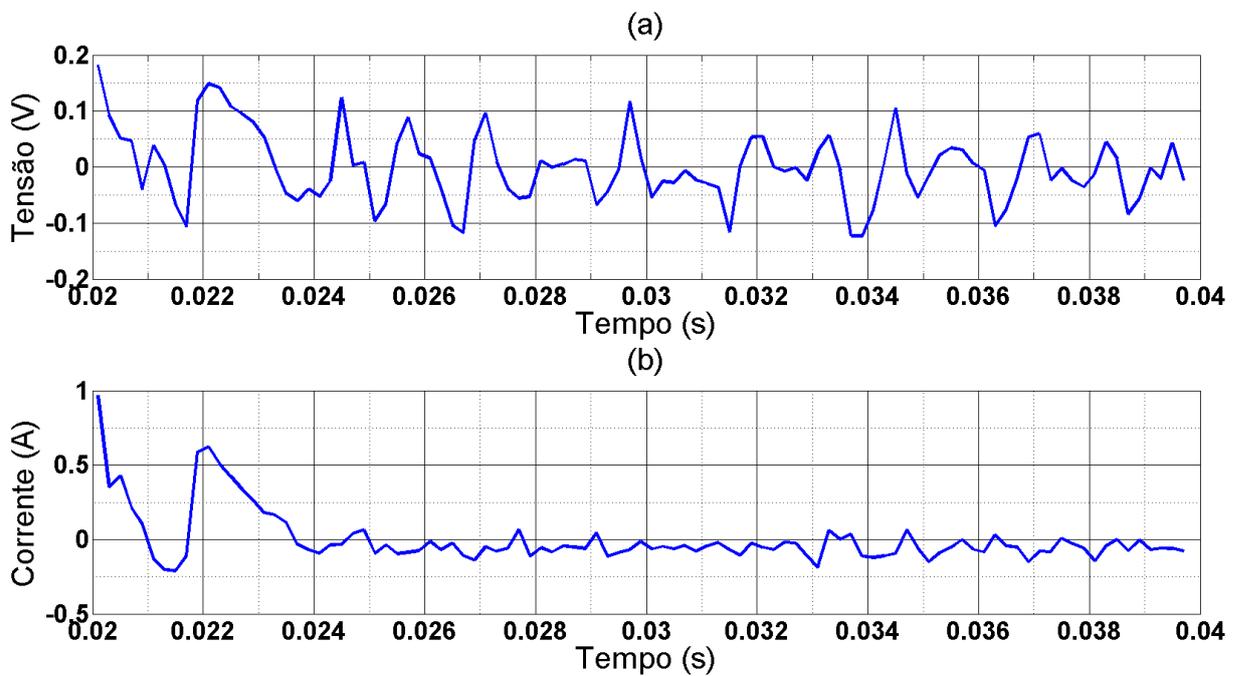
Fonte: Autor.

Figura 5.1.9 – Curvas da corrente no indutor para validação do sistema identificado COM ruído: (a) Mediana requisitada; (b) Banco de curvas de comparação.



Fonte: Autor.

Figura 5.1.10 – Resíduo na (a) tensão e (b) corrente do sistema identificado COM ruído.

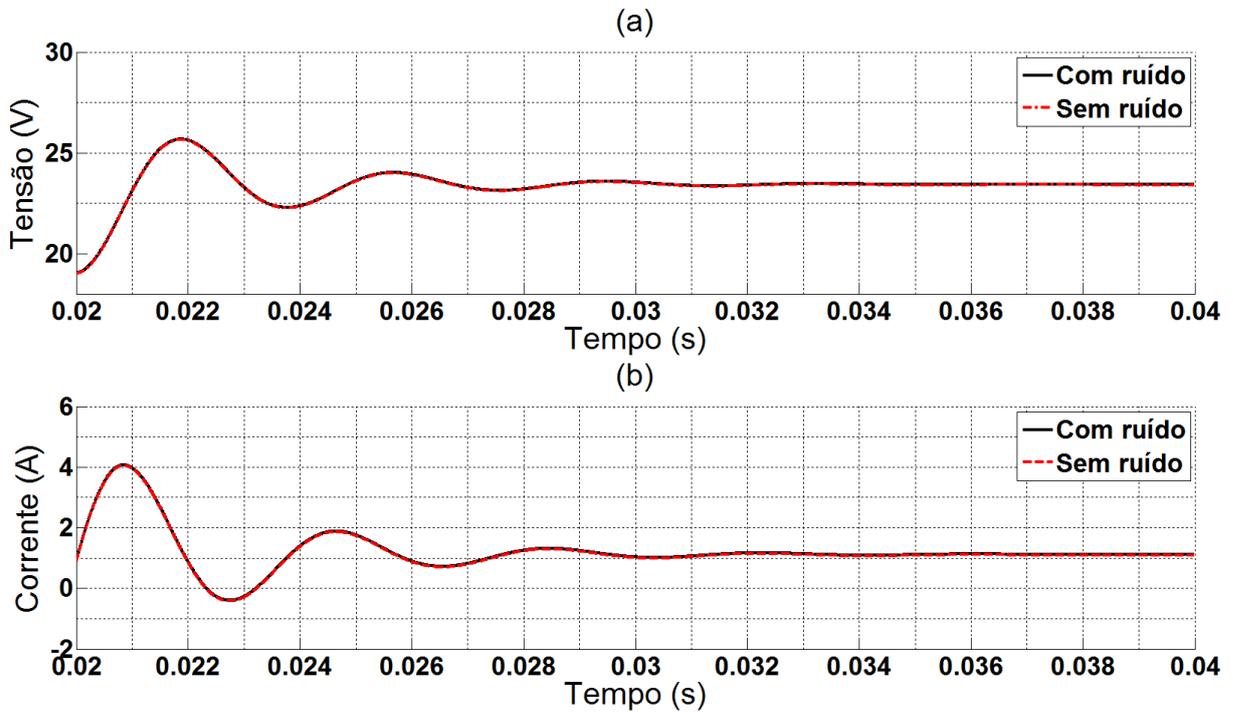


Fonte: Autor.

5.1.3 Comparação dos modelos obtidos com e sem ruído

A similaridade entre a [Equação 5.2](#) (modelo obtido com ruído) e a [Equação 5.1](#) (modelo obtido sem ruído) pode ser verificada a partir da [Figura 5.1.11](#).

Figura 5.1.11 – Comparativo entre a regressão COM e SEM ruído na (a) tensão e (b) corrente.



Como a identificação com ruído nos dados apresentou resultados dentro dos critérios impostos, todas as etapas seguintes serão verificadas com a presença de ruído para maior semelhança com resultados práticos.

5.2 Etapa 2 - Sintonia do controlador

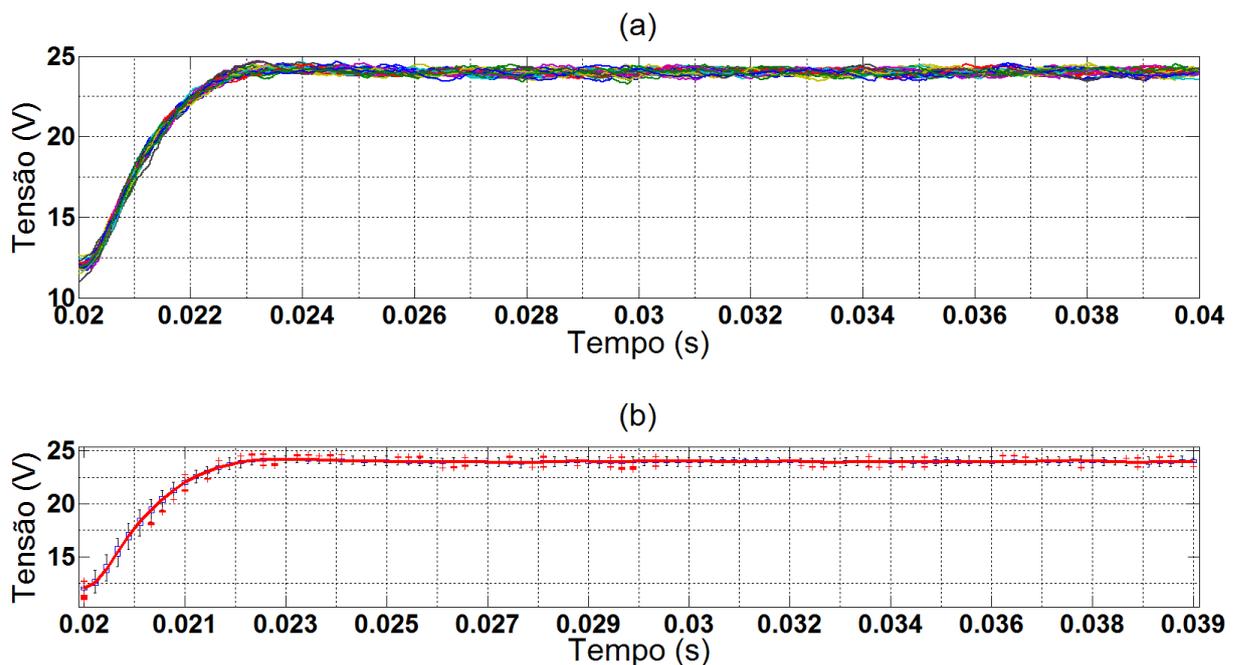
Para realizar o projeto de todos os controladores, foi considerado como desejável 5% de *overshoot* e 4 ms de tempo de assentamento. Para a sintonia por realimentação de estados, foi utilizado o modelo do sistema aumentado no espaço de estados. Os valores do sistema dinâmico são descritos na [Equação 5.3](#):

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_l(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{\Theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -567,1187 & -1525,8 & 0 \\ 1820,9 & -140,3148 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \\ \Theta(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 68358 \\ 2169,9 \\ 0 \end{bmatrix} d(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (5.3)$$

O controlador possui ganhos de realimentação de 0,1566 para corrente e 0,1339 para tensão, com ganho integral de 154,8245. Este controle, projetado para o modelo linear identificado, foi então aplicado no modelo de simulação não-linear com as incertezas. Foi aplicada uma referência de tensão em degrau equivalente aos níveis de tensão em média alcançados nas respostas em malha aberta, para que as respostas em malha fechada ocorram em pontos de operação semelhantes. As Figuras 5.2.1 e 5.2.2 contêm as respostas de tensão e corrente, respectivamente, com o controle por realimentação de estados projetado.

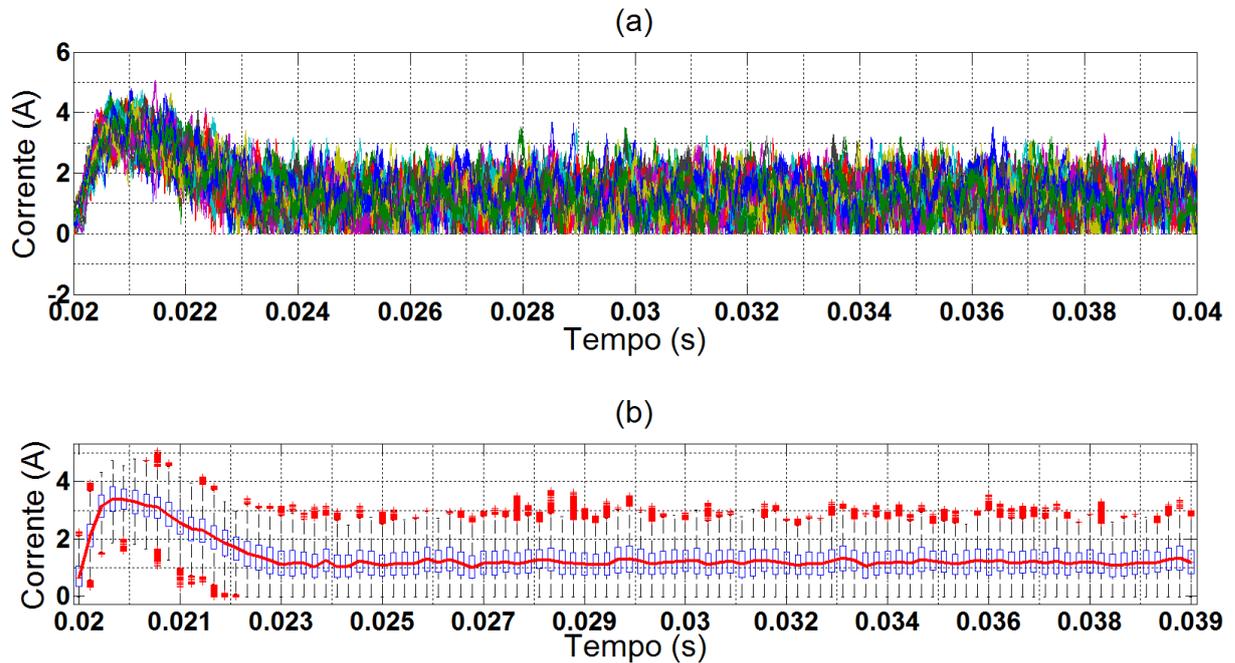
As respostas dos sistemas comportam-se de forma estável, com menor variabilidade do que em malha aberta e rastreiam a referência. A lei de controle, Figura 5.2.3, perante a perturbação presente comporta-se de forma altamente ruidosa, podendo ser feito um *downsampling* para melhorar esse quesito ou utilizar um *holder* com frequência menor que a de chaveamento do sistema, ou reduzir os ganhos dos controladores.

Figura 5.2.1 – (a) Tensão no capacitor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por realimentação de estados.



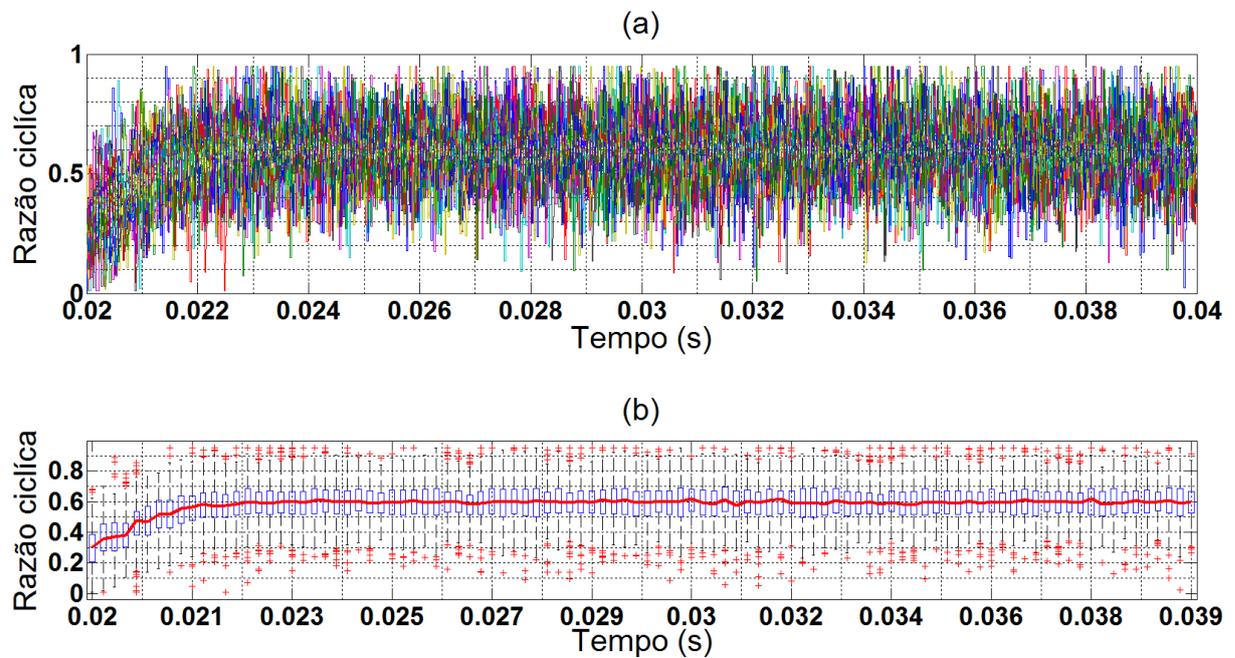
Fonte: Autor.

Figura 5.2.2 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por realimentação de estados.



Fonte: Autor.

Figura 5.2.3 – (a) Lei de controle; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por realimentação de estados.



Fonte: Autor.

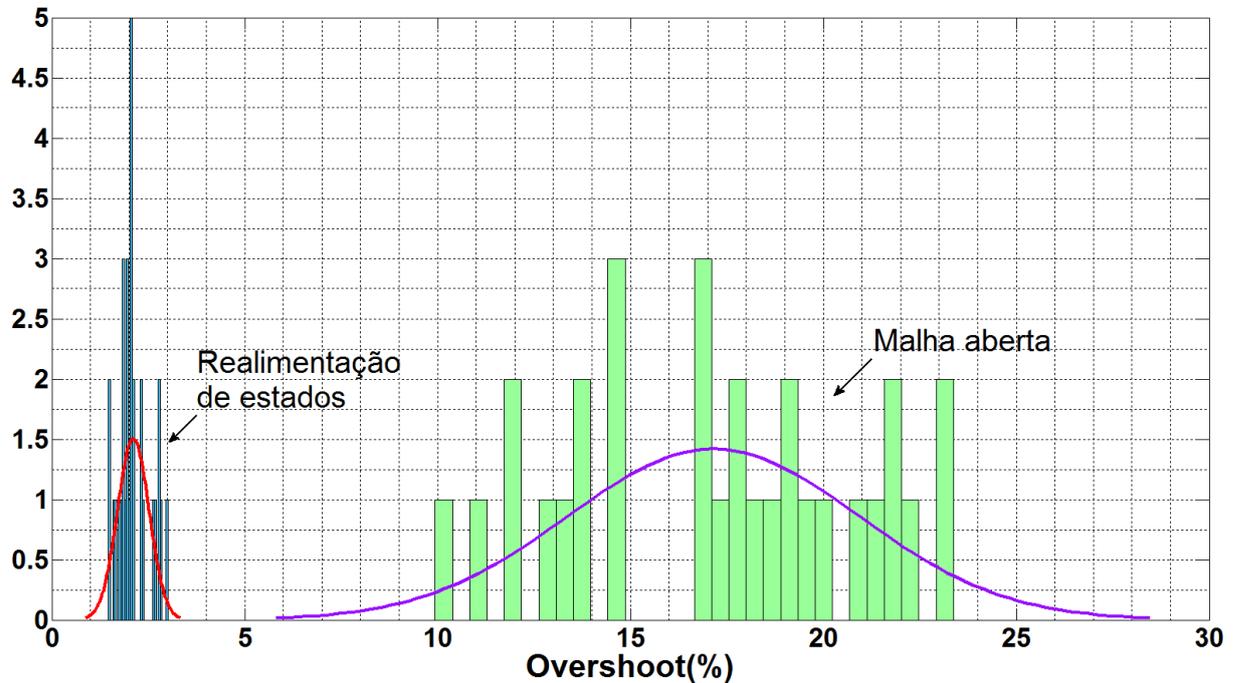
5.3 Etapa 3 - Inferência estatística

O intervalo de confiança é gerado para os parâmetros de *overshoot* e tempo de assentamento com a finalidade de estimar, com certo grau de confiança, o atendimento aos requisitos de controle para a população. Para tal, é primeiro obtida a PDF normal para cada parâmetro do gráfico de tensão do circuito em malha aberta e do circuito com controle por meio de realimentação de estados. Nas Figuras 5.3.1 e 5.3.2 estão contidos os histogramas para o *overshoot* e tempo de assentamento, respectivamente, com a PDF de cada parâmetro sobreposta. A partir da PDF normal para ambos parâmetros de ambos casos é gerado o intervalo de confiança (Tabela 4) com 95% de grau de confiança.

Tabela 4 – Intervalo de confiança sobre a inferência da média populacional de *Overshoot* (%) e de Tempo de assentamento (ms).

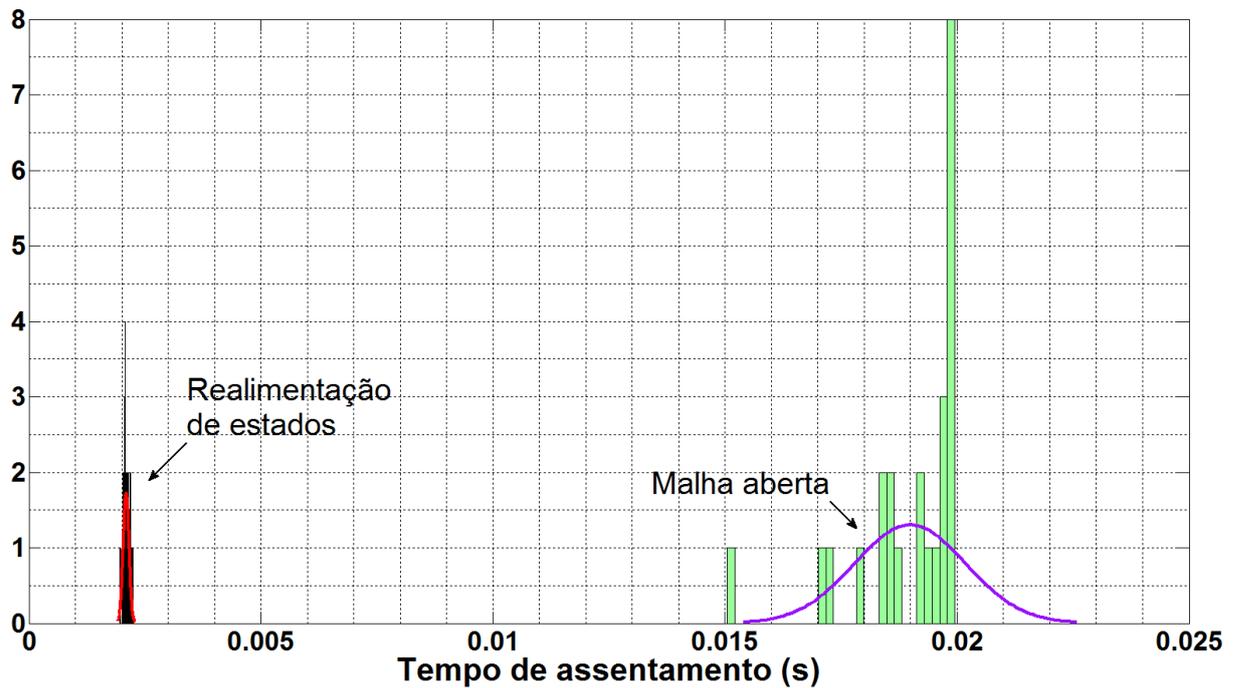
Parâmetro	Malha Aberta		Com controle	
	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.
<i>Overshoot</i> (%)	15,7436	18,5644	1,9591	2,2641
Tempo de assentamento (ms)	18.4849	19.4970	2.0743	2.1216

Figura 5.3.1 – Histograma do *overshoot* com controle e em malha aberta.



Fonte: Autor.

Figura 5.3.2 – Histograma do tempo de assentamento com controle e em malha aberta.



Fonte: Autor.

O valor p para os testes de hipótese de *overshoot* e tempo de assentamento foram inferiores a 0.01%, portanto, para este conversor, as respostas em malha fechada com a estratégia de controle escolhida atende aos requisitos perante as incertezas paramétricas impostas, com grau de confiança maior que 99% , i.e., o controle é estatisticamente robusto. Alguns problemas podem exigir a alteração do número de amostras e da estratégia de controle até o cumprimento dos requisitos do projeto (subseção 5.4.2), o que não foi necessário neste caso.

5.4 Resultados da análise comparativa

A análise comparativa será dividida em duas partes, primeiro será analisado o impacto da utilização de regressão para encontrar o modelo para a metodologia, sendo esta comparada ao modelo obtido por equacionamento. Na segunda parte será comparado o controle utilizado previamente com realimentação de estados e o controle com PI no modo tensão.

5.4.1 Comparação de Controladores Projetados: modelo por equacionamento \times modelo por dados

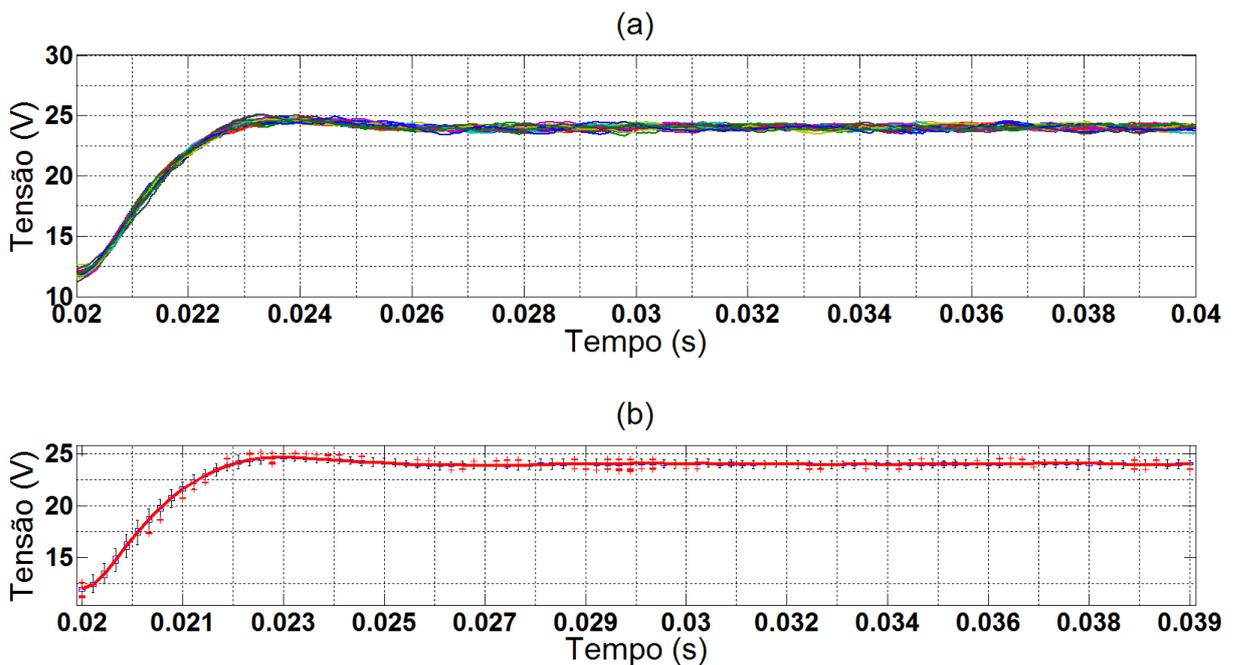
O modelo por equacionamento é descrito utilizando a Equação 3.49. Para tal é utilizado a média dos parâmetros exibida na Tabela 3, resultando na Equação 5.4, que

por motivos de simplicidade foram omitidos o símbolos de pequenos sinais (Δ).

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2381,0 \\ 2272,7 & -94,1088 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 95238 \\ -941,0879 \end{bmatrix} d(t) \quad (5.4)$$

Utilizando o modelo expandido novamente, com os mesmos parâmetros de *overshoot* e tempo de assentamento exigidos, a fórmula de Ackermann gera os ganhos de realimentação de corrente de 0,1225 e ganho na tensão de 0,0661, com um ganho integral de 89,9132. As Figuras 5.4.1 e 5.4.2 contêm as respostas de tensão e corrente, respectivamente, da simulação chaveada do conversor controlado sob as mesmas incertezas paramétricas utilizadas no exemplo de projeto a partir do modelo por mínimos quadrados.

Figura 5.4.1 – (a) Tensão de saída; e (b) Diagrama de caixa com modelo por equacionamento.



Fonte: Autor.

Figura 5.4.2 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa com modelo por equacionamento.

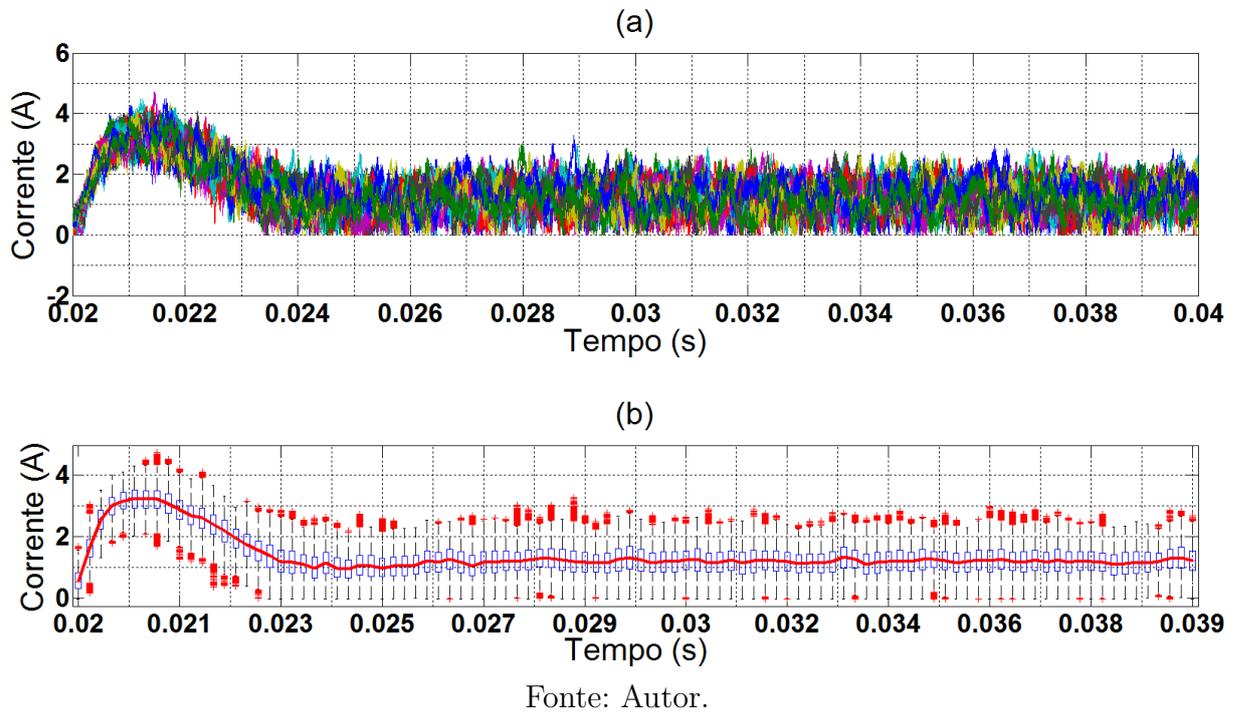
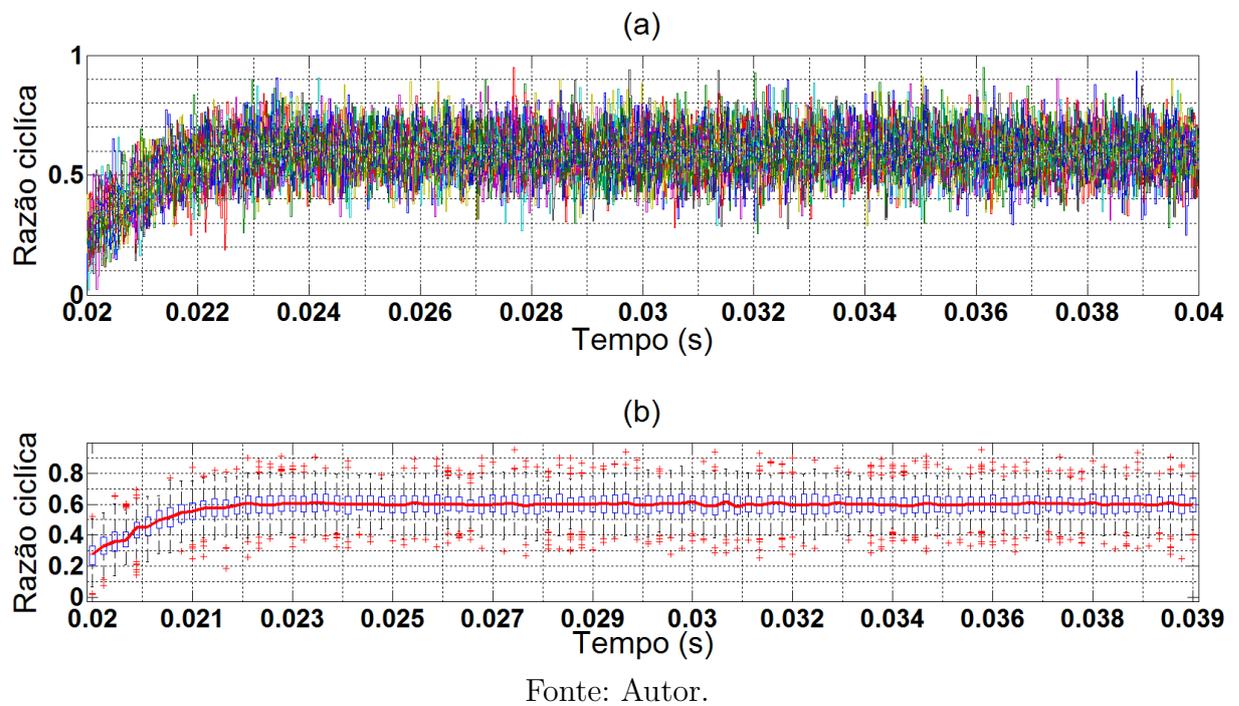


Figura 5.4.3 – (a) Lei de controle da realimentação de estados; e (b) Diagrama de caixa com modelo por equacionamento.



A Tabela 5 mostra um comparativo dos ganhos de realimentação obtidos com ambos modelos dinâmicos. Como o modelo por mínimos quadrados possui valores mais elevados na matriz de controle para a de tensão em relação ao obtido nesta seção, 2169,9

para o primeiro e 941,0879 para o segundo, isso reflete em ganhos mais elevados na realimentação.

Tabela 5 – Comparativo dos ganhos calculados a partir de diferentes modelos.

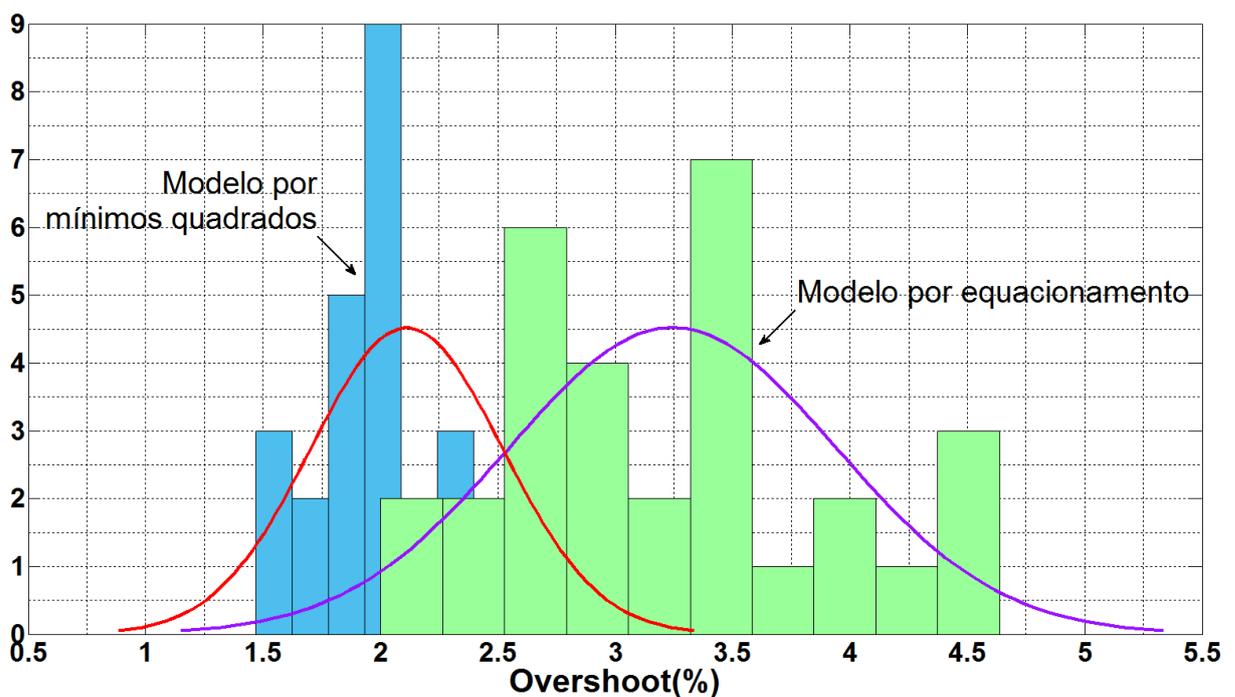
Ganhos	Por equacionamento	Por min. Quadrados
Corrente	0,1225	0,1566
Tensão	0,0661	0,1339
Integral	89,9132	154,8245

A Figura 5.4.4 e Figura 5.4.5 apresentam um comparativo entre os histogramas de ambos modelos controlados com suas respectivas PDFs sobrepostas. Utilizando a PDF gerada para o modelo equacionado, a Tabela 6 contém o comparativo entre os intervalos de confiança para os casos.

Tabela 6 – Intervalos de confiança sobre a inferência da média populacional de *Overshoot* (%) e de Tempo de assentamento (ms) a partir dos diferentes modelos.

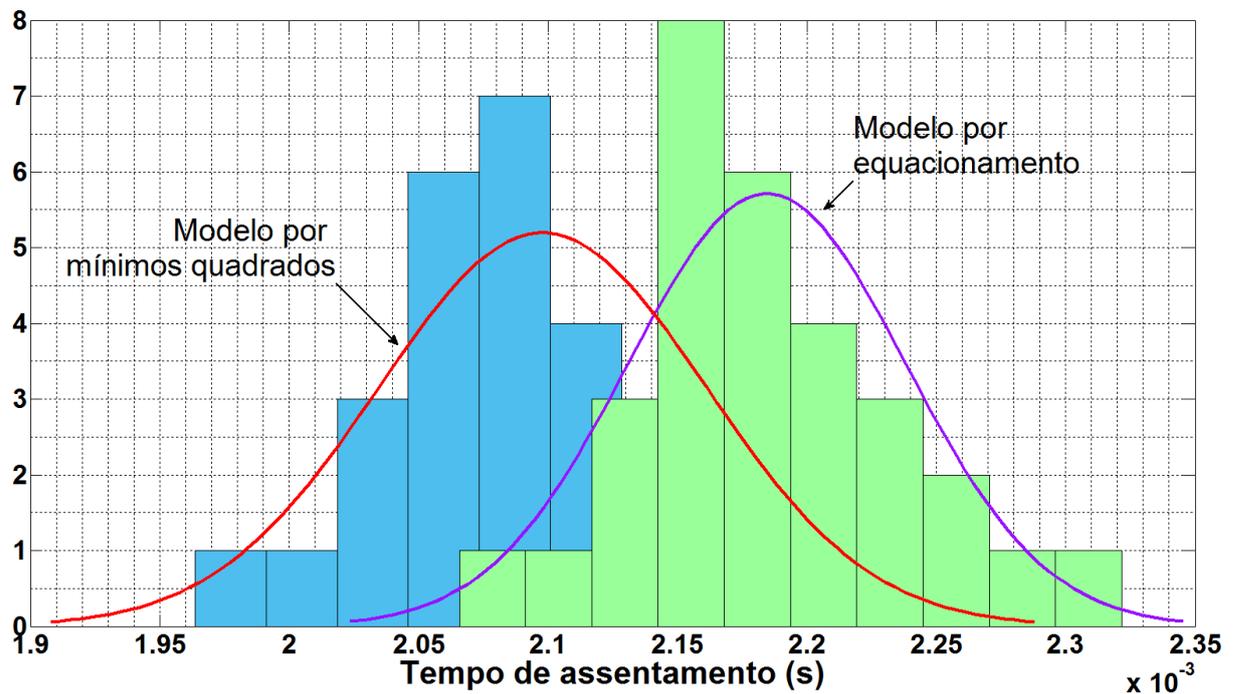
Parâmetro	Equacionamento		Min. quadrados	
	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.
<i>Overshoot</i> (%)	2,1646	2,2047	1,9591	2,2641
Tempo de assentamento (ms)	2.839	3.5051	2.0743	2.1216

Figura 5.4.4 – Histograma comparativo de *overshoot* para modelos diferentes.



Fonte: Autor.

Figura 5.4.5 – Histograma comparativo de tempo de assentamento para modelos diferentes.



Fonte: Autor.

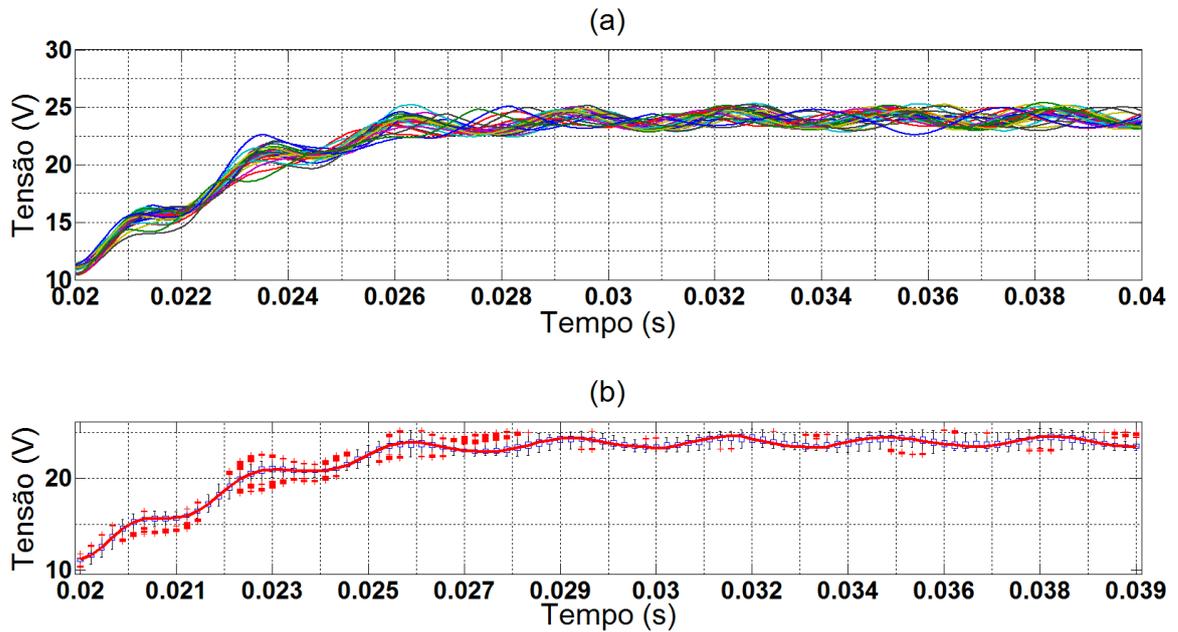
5.4.2 Comparação entre Metodologias de Projeto: por PI × realimentação de estados

A função de transferência G_{vd} é apresentada na Equação 5.5, sendo obtida pela modelagem com mínimos quadrados na presença de ruído:

$$G_{vd} = \frac{2170s + 1.257 \times 10^8}{s^2 + 707,4s + 2.858 \times 10^5} \quad (5.5)$$

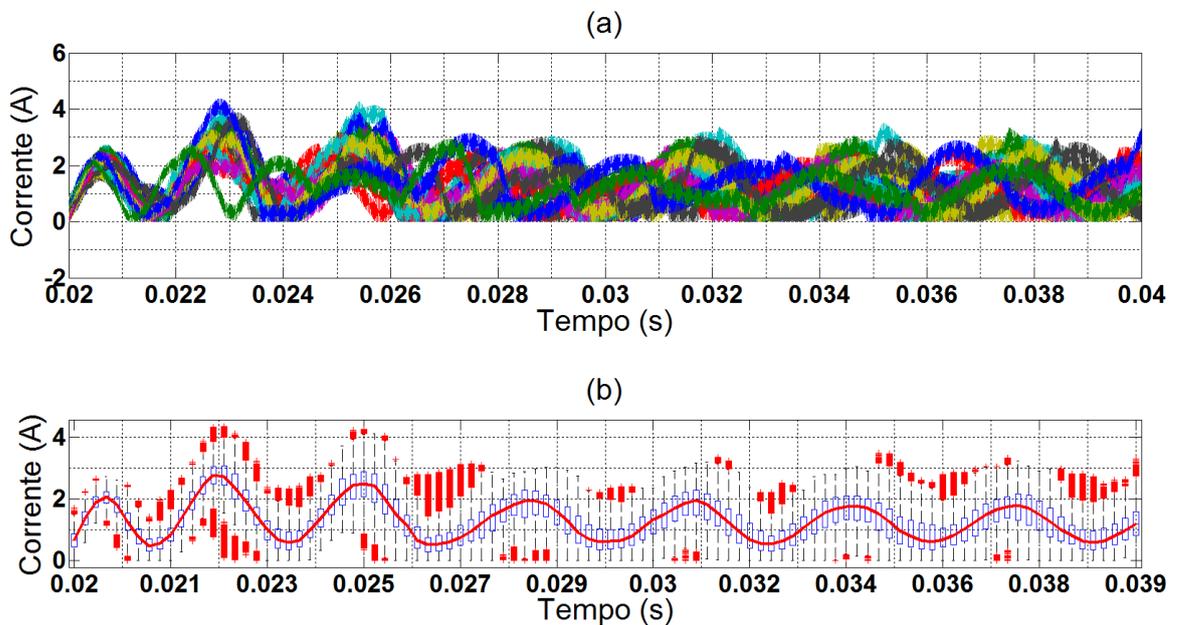
Apesar da função obtida por regressão não possuir zero no semi-plano direito, essa impõe as mesmas restrições de velocidade sob a planta, com o zero distante no semi plano esquerdo. Essa diferença decorre da forma como é realizada o cálculo de mínimos quadrados, que apenas performa o *best fit*, ou seja, encontrar a melhor reta que sobreponha os dados, sem levar em conta as características físicas, porém essa diferença não influi nos resultados obtidos, como será apresentado. As Figura 5.4.6 e Figura 5.4.7 são as curvas com o controle aplicado, utilizando ganho proporcional de 0,0048 e ganho integral de 10,3 calculado a partir dos requisitos.

Figura 5.4.6 – (a) Tensão no capacitor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por PI modo tensão.



Fonte: Autor.

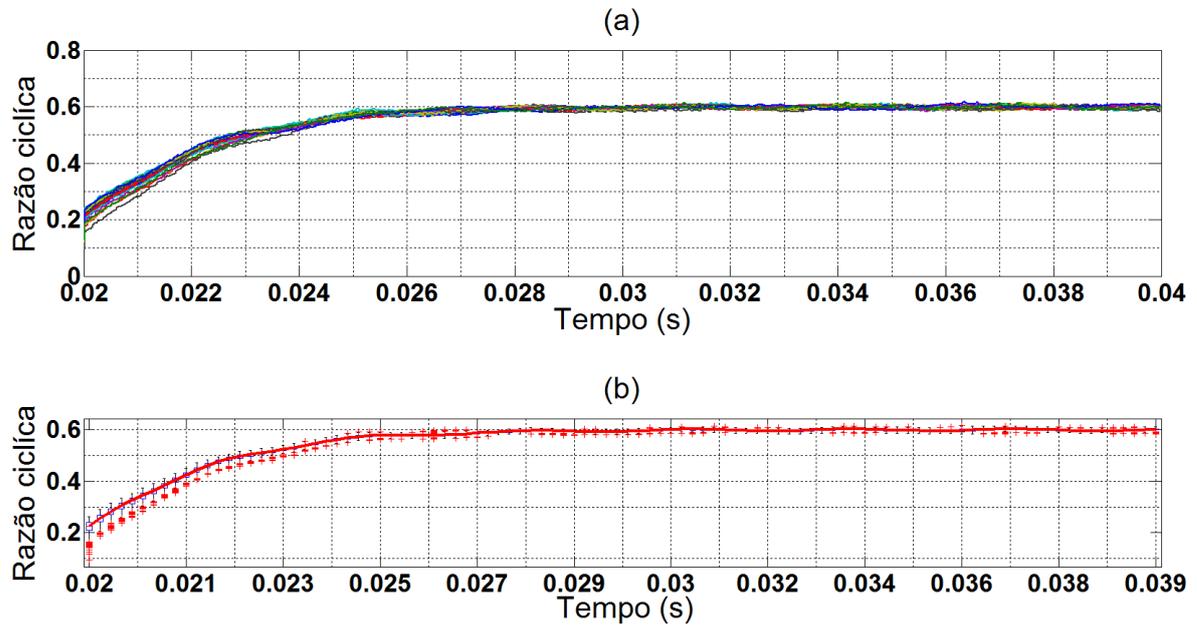
Figura 5.4.7 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa da utilizando controle por PI modo tensão.



Fonte: Autor.

A lei de controle, [Figura 5.4.8](#), reflete a velocidade do sistema, sendo aumentada em passos lentos até a sua estabilização em 60% de razão cíclica.

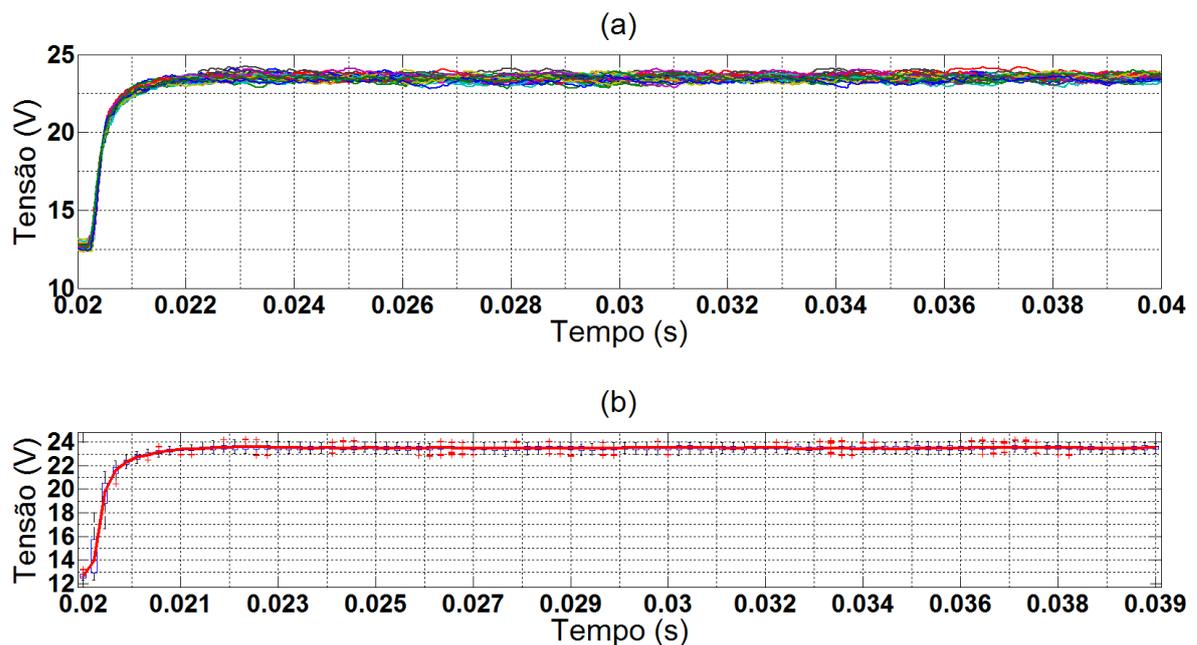
Figura 5.4.8 – (a) Lei de controle; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por PI modo tensão.



Fonte: Autor.

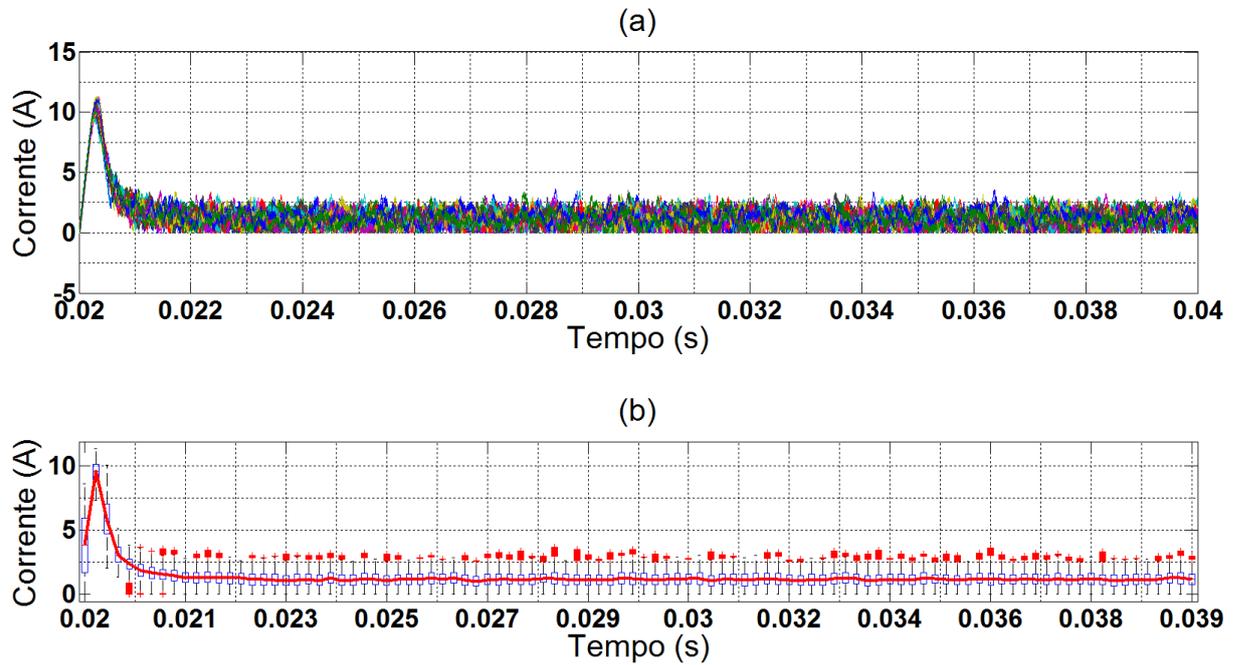
O controle por norma H_∞ apresenta ganhos de 0,1960 para o sinal da corrente e 0,1586 para o sinal da tensão. Ao mudar a referência para 24 V, o controle satura em seu valor máximo, 5.4.11, o que gera um pico na corrente do indutor, 5.4.10, e nenhuma mudança na tensão da carga, 5.4.9. Depois de alguns ciclos, o controle faz os ajustes para garantir o desempenho da planta.

Figura 5.4.9 – (a) Tensão no capacitor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por norma H_∞ .



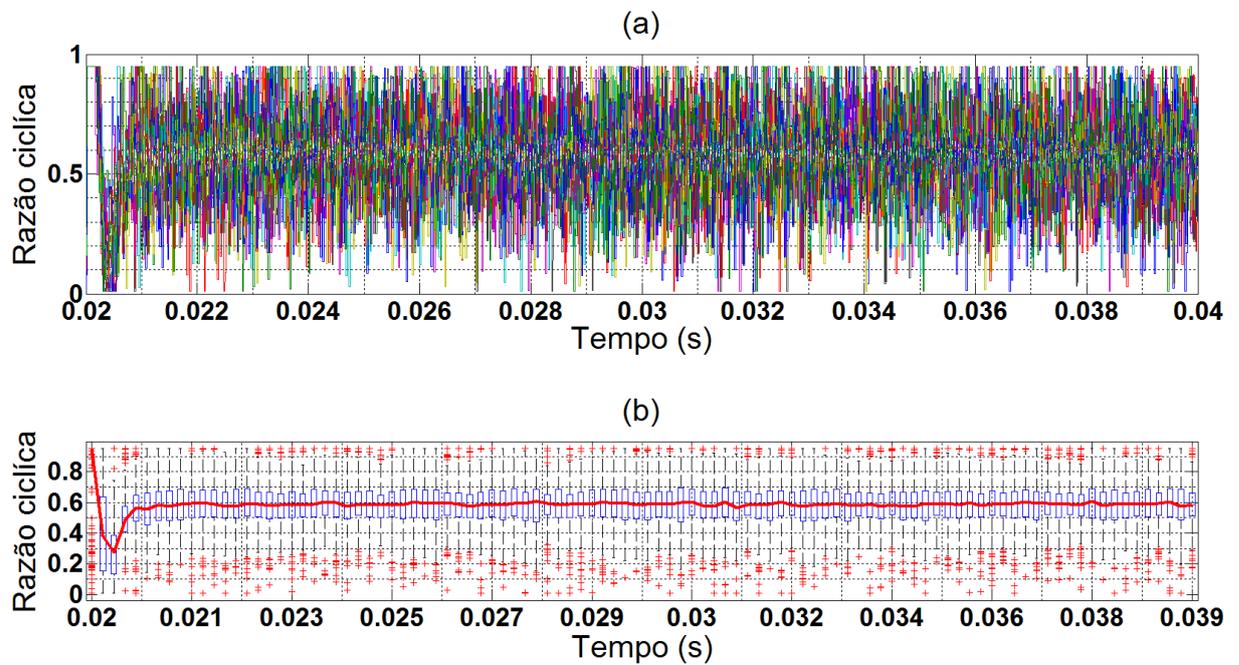
Fonte: Autor.

Figura 5.4.10 – (a) Corrente no indutor; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por norma \mathcal{H}_∞ .



Fonte: Autor.

Figura 5.4.11 – (a) Lei de controle; e (b) Diagrama de caixa utilizando controle por norma \mathcal{H}_∞ .



Fonte: Autor.

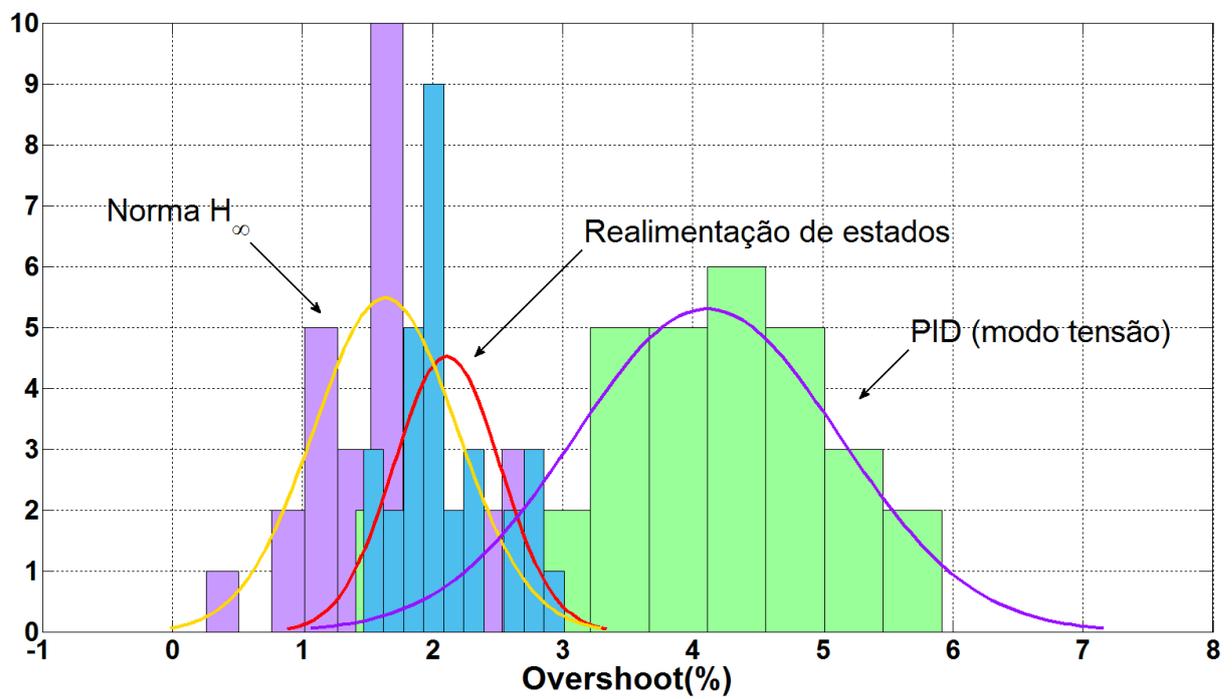
As Figuras [Figura 5.4.12](#) e [Figura 5.4.13](#) são os comparativos entre os controles. O controle por norma \mathcal{H}_∞ apresenta melhor desempenho que ambos os modos de controle para planta com incertezas paramétricas, visto que seus intervalos de confiança são me-

nores que os dois outros controles aplicados. O controle por PI (modo tensão) apresenta intervalos para o tempo de assentamento maiores que o exigido.

Tabela 7 – Intervalos de confiança sobre a inferência da média populacional de *Overshoot* (%) e de Tempo de assentamento (ms) a partir dos diferentes tipos de controle.

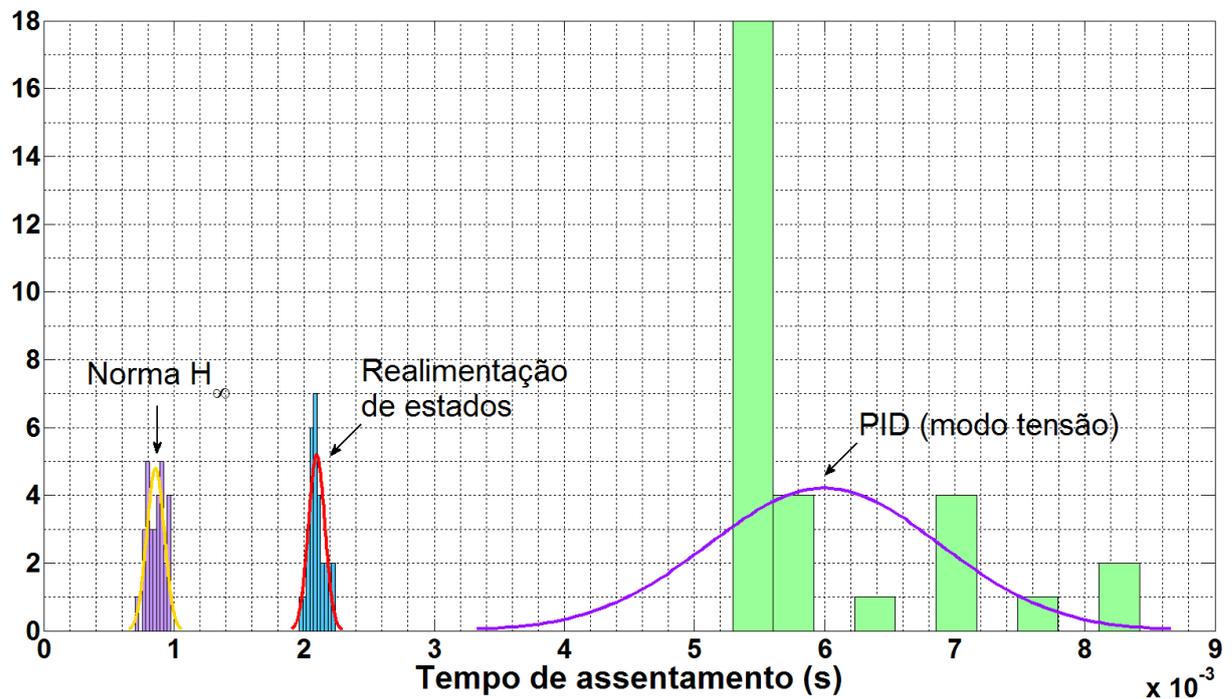
Parâmetro	PI modo tensão		Reali. Estados		Norma \mathcal{H}_∞	
	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.	Lim. Inf.	Lim. Sup.
<i>Overshoot</i> (%)	3,47335	4,4925	1,9591	2,2641	1,4334	1,8456
TS (ms)	5.6654	6.3296	2.0743	2.1216	0.8347	0.8852

Figura 5.4.12 – Histograma comparativo de *overshoot* para controles diferentes.



Fonte: Autor.

Figura 5.4.13 – Histograma comparativo de tempo de assentamento para controles diferentes.



5.5 Teste de Hipótese

O teste de hipótese nula utilizado foi do tipo unicaudal à esquerda. Para tal, utilizando como hipótese nula os valores de requisito do projeto, para o *overshoot* 5% e para o tempo de assentamento 4ms, a Tabela 8 apresenta os valores p para ambos parâmetro para cada tipo de controle.

Tabela 8 – Valores p para os requisitos de cada controle.

Valor p	PI modo tensão	Reali. Estados	Hinf
<i>Overshoot</i> (%)	> 0.01%	> 0.01%	> 0.01%
Tempo de assentamento (ms)	1.00	> 0.01%	> 0.01%

Apesar de ser rejeitado o teste de hipótese para o *overshoot* no controlador por PI modo tensão, o tempo de assentamento falha em rejeitar a hipótese nula, ou seja, o controlador não atende os requisitos de projeto. A realimentação de estados e o controle por norma \mathcal{H}_∞ obtêm sucesso em rejeitar a hipótese nula para ambos os requisitos, portanto é possível afirmar, com grau de significância menor que 1%, que ambos os controles são estatisticamente robustos para a planta estudada e apresentam desempenho satisfatório.

Conclusão

Uma metodologia simples de projeto com validação probabilística foi apresentada para complementar outros métodos de controle robustos. O método tradicional descrevendo politopos de incertezas é uma solução elegante utilizando otimização convexa, garantindo a estabilidade e o desempenho em sistemas incertos. No entanto, a complexidade computacional desta solução aumenta consideravelmente com o número de incertezas paramétricas. Na prática, é comum haver variação nos elementos de todos os componentes utilizados, onde um projeto robusto, mas de custo reduzido, pode e deve exigir simplificação. A metodologia apresentada utiliza os benefícios do *hardware* e *software* computacional atual disponível para gerar conjuntos de dados para modelagem e verificação de modelos.

O conversor CC-CC boost foi utilizado pelo fato de ser um exemplo bem conhecido dentro da eletrônica de potência e da literatura específica de aplicações de sistemas de controle. Foram utilizadas 30 amostras de tensão de saída e corrente no indutor para gerar a equação de dinâmica do sistema por meio de mínimos quadrados, sendo esta imposta incertezas paramétricas em 9 componentes. Um comparativo entre a regressão com e sem ruído nos sinais coletados foi realizada a fim de garantir que sua presença não afetaria os resultados. Após análise, foi concluído que a presença do ruído gerado nos sinais não interfere na regressão, portanto todas as formas de controle foram obtidas na presença de ruído. Outro comparativo visando justificar a utilização de dados para a sintonia do controle foi realizada entre o modelo por mínimos quadrados e por equacionamento. Para o modelo equacionado foi utilizado o modelo do conversor boost mais básico, sem considerar nenhum tipo de resistência parasita e com os componentes não-lineares sendo considerados ideias. Depois de realizar inferências estatísticas sobre as amostras, o modelo por mínimos quadrados possui desempenho (*overshoot* e tempo de assentamento) ligeiramente melhor que o modelo equacionado, portanto a dinâmica do sistema utilizando a regressão foi utilizada para o desenvolvimento da sintonia.

Foram aplicadas três formas de controle no conversor a fim de testar a metodologia proposta. O controle PI por modo tensão apresentou resultados satisfatórios para o *overshoot*, porém, como esperado, ao aplicar o teste de hipótese nos dados do tempo de assentamento foi indicado que o conversor não atendia aos requisitos. Neste caso duas medidas podem ser tomadas: muda-se os requisitos estatísticos, caso possível, como o grau de confiança por exemplo, ou muda-se a metodologia de controle para alguma forma que atenda os requisitos. Ambos controle por realimentação de estados e controle por norma \mathcal{H}_∞ apresentam resultados satisfatórios perante as incertezas paramétricas via teste de hipótese. Ao comparar os intervalos de confiança de ambos os controles, o controle por norma \mathcal{H}_∞ apresenta melhor desempenho que o controle por realimentação de estados.

Porém, é de vital importância ressaltar que o controle por realimentação de estados é estatisticamente viável para o emprego no controle do conversor boost com presença de incertezas paramétricas.

5.5.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros são sugeridos:

1. Resultados experimentais para validar em bancada a metodologia proposta;
2. Utilizar dados experimentais ao invés de dados simulados para garantir que a metodologia funcione igualmente caso seja aplicada em sistemas industriais;
3. Aplicar teoria de intervalo de previsão para definir intervalos sobre dados observados;
4. Utilização de plantas com grau de instabilidade maior para caso o controlador não atenda os requerimentos ou torne-se instável, a metodologia funcione de forma correta.

Referências

- [1] “An overview on robust control.” http://www.sga-asspa.ch/index_htm_files/2011-01%20an%20overview%20on%20robust%20control.pdf. Acessado: 10-08-2020.
- [2] K. Zhou and J. C. Doyle, *Essentials of robust control*, vol. 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998.
- [3] P. Apkarian, M. N. Dao, and D. Noll, “Parametric robust structured control design,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, no. 7, pp. 1857–1869, 2015.
- [4] D. McFarlane and K. Glover, “A loop-shaping design procedure using h/∞ / synthesis,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 37, no. 6, pp. 759–769, 1992.
- [5] V. Utkin, “Discussion aspects of high-order sliding mode control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 3, pp. 829–833, 2016.
- [6] G. P. Incremona, M. Rubagotti, and A. Ferrara, “Sliding mode control of constrained nonlinear systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 6, pp. 2965–2972, 2017.
- [7] J. Stoustrup, “Loop transfer recovery: Analysis and design-,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, pp. 337–338, 1997.
- [8] J. Doyle, “Guaranteed margins for lqg regulators,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 23, no. 4, pp. 756–757, 1978.
- [9] D. Leith and W. Leithead, “Survey of gain-scheduling analysis and design,” *Int. J. Control*, vol. 73, pp. 1001–1025, 01 2000.
- [10] G. Calafiore and M. Campi, “The scenario approach to robust control design,” *IEEE Trans. on Automatic Control*, p. 742–53, 2006.
- [11] Q. Z. Peng, Yuan and H. Nouri, *Mixed Robust Controller Design Based LMI Techniques*. Springer Berlin Heidelberg.
- [12] W. Wun and S. Liu, “An approach to reduce complexity in stability analysis for time-varying systems with polytopic uncertainties,” *18th IEEE International Conference on Control Applications*, 2009.
- [13] D. F. E. Calafiore, G., *Probabilistic and randomized methods for design under uncertainty*. Springer.

- [14] J. K. Z. Xinjia Chen, Aravena, “Risk analysis in robust control - making the case for probabilistic robust control,” *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005*, p. 1533–1538, 2005.
- [15] V. Koltchinskii, C. Abdallah, M. Ariola, P. Dorato, and D. Panchenko, “Improved sample complexity estimates for statistical learning control of uncertain systems,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, p. 2383 – 88, 2000.
- [16] M. A. A. Sanches, M. C. M. Teixeira, M. S. Mineo, H. S. Fujimoto, A. A. de Carvalho, R. Gaino, M. R. Covacic, and Rodri, “Robust T-S Fuzzy Control of Electrostimulation for Paraplegic Patients considering Norm-Bounded Uncertainties,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2020, pp. 1–28, August 2020.
- [17] J. Rice, *Mathematical Statistics and Data Analysis*. No. p. 3 in Advanced series, Cengage Learning, 2007.
- [18] W. Wang, H. Shen, L. Hou, and H. Gu, “ \langle_{∞} robust control of permanent magnet synchronous motor based on pchd,” *IEEE Access*, vol. 7, pp. 49150–49156, 2019.
- [19] I. R. Manchester and J. E. Slotine, “Robust control contraction metrics: A convex approach to nonlinear state-feedback \mathcal{H}_{∞} control,” *IEEE Control Systems Letters*, vol. 2, no. 3, pp. 333–338, 2018.
- [20] I. R. Manchester and J. E. Slotine, “Control contraction metrics: Convex and intrinsic criteria for nonlinear feedback design,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 6, pp. 3046–3053, 2017.
- [21] C. Desoer and M. Vidyasagar, *Feedback Systems: Input-output Properties*. Electrical science series, Academic Press, 1975.
- [22] T. L. Chaffey and I. R. Manchester, “Control contraction metrics on finsler manifolds,” in *2018 Annual American Control Conference (ACC)*, pp. 3626–3633, 2018.
- [23] L. A. Maccari, V. F. Montagner, H. Pinheiro, and R. C. L. F. Oliveira, “Robust \mathcal{H}_2 control applied to boost converters: design, experimental validation and performance analysis,” *IET Control Theory Applications*, vol. 6, no. 12, pp. 1881–1888, 2012.
- [24] C. K. Ahn, P. Shi, and H. Li, “ \mathcal{H}_2 output-feedback control with finite multiple measurement information,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, no. 8, pp. 2588–2595, 2018.
- [25] S. Knoth, “Statistical process control,” 01 2002.
- [26] J. Niezgoda, “The use of statistical process control tools for analysing financial statements,” *Folia Oeconomica Stetinensia*, vol. 17, 01 2017.

- [27] M. Aronsson, L. Arvastson, J. Holst, B. Lindoff, and A. Svensson, “Bootstrap control,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 51, no. 1, pp. 28–37, 2006.
- [28] L. Wang, G. C. Goodwin, and D. H. Owens, “Robust controller design for unstable systems using statistical confidence bounds,” in *1999 European Control Conference (ECC)*, pp. 4674–4679, 1999.
- [29] S. Bektas and Y. Sisman, “The comparison of l1 and l2-norm minimization methods,” *International Journal of the Physical Sciences*, vol. 5, pp. 1721–1727, 10 2010.
- [30] J. F. Quindlen, U. Topcu, G. Chowdhary, and J. P. How, “Closed-loop statistical verification of stochastic nonlinear systems subject to parametric uncertainties,” in *2018 Annual American Control Conference (ACC)*, pp. 5460–5466, IEEE, 2018.
- [31] O. Maler and D. Nickovic, “Monitoring temporal properties of continuous signals,” vol. 3253, pp. 152–166, 01 2004.
- [32] J. Conrad, O. Botner, A. Hallgren, and C. Pérez de los Heros, “Including systematic uncertainties in confidence interval construction for poisson statistics,” *Phys. Rev. D*, vol. 67, p. 012002, Jan 2003.
- [33] A. M. Legendre, *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*. F. Didot.
- [34] C.-Y. J. Peng, K. L. Lee, and G. M. Ingersoll, “An introduction to logistic regression analysis and reporting,” *The Journal of Educational Research*, vol. 96, pp. 3–14, 2002.
- [35] A. M. Legendre, *International Encyclopedia of Education*. Oxford: Elsevier, 3 ed.
- [36] D. Aydin, “A comparison of the nonparametric regression models using smoothing spline and kernel regression,” 01 2007.
- [37] R. Wilcox, “A review of some recent developments in robust regression,” *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, vol. 49, pp. 253 – 274, 08 2011.
- [38] K. Wang and Z. Chen, “Stepwise regression and all possible subsets regression in education,” 01 2016.
- [39] X. Yan and X. Su, *Linear Regression Analysis: Theory And Computing*. World Scientific Publishing Company, 2009.
- [40] M. Gruber, *Improving Efficiency by Shrinkage: The James–Stein and Ridge Regression Estimators*. CRC Press, 2017.

- [41] R. Tibshirani, “Regression shrinkage and selection via the lasso,” *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, pp. 267–288, 1996.
- [42] A. Dresden, “The fourteenth western meeting of the american mathematical society,” *Bull. Amer. Math. Soc.*, vol. 26, pp. 385–396, 06 1920.
- [43] N. Nise, *Control Systems Engineering, 7th Edition*. Wiley, 2015.
- [44] Y. Li, K. Ang, G. Chong, W. Feng, K. Tan, and H. Kashiwagi, “Cautocsd–evolutionary search and optimisation enabled computer automated control system design,” *International Journal of Automation and Computing*, pp. 76–88, 2004.
- [45] K. Astrom and T. Hagglund, “Revisiting the ziegler–nichols step response method for pid control,” *Journal of Process Control*, pp. 636–650, 2004.
- [46] E. Joseph, “Cohen-coon pid tuning method: a better option to ziegler nichols-pid tuning method,” *Computer Engineering and Intelligent Systems*, vol. 9, no. 5.
- [47] N. Hambali, A. Masngut, A. A. Ishak, and Z. Janin, “Process controllability for flow control system using ziegler-nichols (zn), cohen-coon (cc) and chien-hrones-reswick (chr) tuning methods,” *Proc. of the IEEE International Conference on Smart Instrumentation, Measurement and Applications*, 2014.
- [48] S. Boyd, L. El Ghaoui, E.Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*, vol. 15 of *Studies in Applied Mathematics*. SIAM, June 1994.
- [49] M. Chilali and P. Gahinet, “ \mathcal{H}_∞ design with pole placement constraints: an lmi approach,” *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 41, pp. 358 – 367, 03 1996.
- [50] C. Yoe, *Principles of Risk Analysis: Decision Making Under Uncertainty*. CRC Press, 2nd ed., 2019.
- [51] N. J., “Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, vol. 236, p. 333–380, 1937.
- [52] R. D. Morey, “The fallacy of placing confidence in confidence intervals,” *Psychonomic Bulletin Review.*, pp. 103–123, 2015.
- [53] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*. Springer US, 2013.
- [54] D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker, *FUNDAMENTOS DE FISICA, V.3: ELECTROMAGNETISMO*. Livros Técnicos e Científicos, 2003.

-
- [55] J. Tu, C. Rowley, D. Luchtenburg, S. Brunton, and J. Kutz, “On dynamic mode decomposition: Theory and applications,” *Journal of Computational Dynamics*, vol. 1, 11 2013.
- [56] E. Kaiser, J. Kutz, and S. Brunton, “Sparse identification of nonlinear dynamics for model predictive control in the low-data limit,” *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, vol. 474, 11 2017.
- [57] V. Menon and S. Kalyani, “Structured and unstructured outlier identification for robust pca: A fast parameter free algorithm,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 67, no. 9, pp. 2439–2452, 2019.
- [58] S. F. Lim and A. M. Khambadkone, “A simple digital dcm control scheme for boost pfc operating in both ccm and dcm,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, no. 4, pp. 1802–1812, 2011.

Apêndices

APÊNDICE A – Códigos

A.1 Análise e Síntese

Para gerar o banco de dados com todas as curvas necessárias foi usado o seguinte código:

```

1 clear all
2 %% Parametros de conversor CC-CC Boost
3 tam = 30; %quantidade de amostras
4 R = 48.3; %carga do conversor
5 Vi = 10; %tensao de entrada
6 VoutRef = 24; %tensao de referencia
7 T = 1e-6; %tempo discreto
8 tfinal = 0.32; %tempo final
9 tmedio = 0.04; %tempo do step no duty
10 tempo = tmedio:T:2*tmedio-T; %vetor de tempo
11
12 amostra = tfinal/T + 1; %quantida de pontos
13 F = 40e3 + randn(tam,1)*100; %Frequencia
14 L = 210e-6 + randn(tam,1)*1e-6; %Indutancia
15 C = 220e-6 + randn(tam,1)*1e-6; %Capacitancia
16 D = .5 + randn(tam,1)*0.01; %Duty
17 RL = 0.001 + randn(tam,1)*0.0001; %Resistencia do indutor
18 RC = 0.001 + randn(tam,1)*0.0001; %Resistencia do capacitor
19 VD = 0.8 + randn(tam,1)*0.01; %Queda de tensao do diodo
20 RDIODE = 0.001 + randn(tam,1)*0.0001; %Resistencia no diodo
21 RDSON = 0.1 + randn(tam,1)*0.01; %Resistencia da chave
22
23 Vout = zeros(amostra,tam); %vetor para as amostras na
    tensao
24 IL = zeros(amostra,tam); %vetor para as amostras na
    corrente
25 %%
26 for n = 1:tam %Loop para testes
27     f = F(n);

```

```

28     l = L(n);
29     c = C(n);
30     d = D(n);
31     rl = RL(n);
32     rc = RC(n);
33     vd = VD(n);
34     rdson = RDSON(n);
35     rdiode = RDIODE(n);
36     sim('Boost_Converter_SIM');
37     Vout(:,n)=vout;
38     IL(:,n)=il;
39 end

```

A identificação do sistema foi realizada utilizando o código:

```

1  numPontos = 100;           %Conjunto agrupado
2
3  voutg = reshape(Vout', tam*amostra/numPontos, numPontos); %
   Agrupando tensao
4  ilg = reshape(IL', tam*amostra/numPontos, numPontos);   %Agrupando
   corrente
5  tempog = reshape(tempo', amostra/numPontos, numPontos); %
   Agrupando tempo
6  mVout = median(voutg)';           %Mediana da tensao agrupada
7  mIL = median(ilg)';               %Mediana da corrente agrupada
8  mtempo = median(tempog)';         %Mediana do tempo agrupada
9
10 %% Usando derivadas // IL e VC
11
12 tsamp = (mtempo(2)-mtempo(1));    %Tempo da amostragem
13 nsamp = numPontos-1;              %Numeros de pontos da amostragem
14 tam = 1;                           %Quantidade de amostras (1 para mediana)
15
16 deriv_iind = mIL(2:nsamp+1);      %derivada il
17 deriv_vout = mVout(2:nsamp+1);    %derivada vc
18
19 Y1 = reshape(mIL(1:nsamp,:), nsamp*tam, 1); %Matriz de corrente
20 Y1d = reshape(deriv_iind(1:nsamp,:), nsamp*tam, 1); %Derivada da
   corrente
21

```

```

22 Y2 = reshape(mVout(1:nsamp,:), nsamp*tam, 1); %Matriz de tensao
23 Y2d = reshape(deriv_vout(1:nsamp,:), nsamp*tam, 1); %Derivada da
    tensao
24
25 U = reshape([0.5*ones(1,tam); ones(nsamp-1,tam).*0.55], nsamp*tam
    ,1); %Derivada da entrada (Duty)
26
27 X = [Y1, Y2, U]; %Montando preditoras
28
29 [wind, wicind, rind, ricind, statsind] = regress(Y1d,X(:, [1 2 3]));
    %Regressao da corrente
30 [wvc, wicvc, rvc, ricvc, statsvc] = regress(Y2d,X); %Regressao
    da tensao
31
32 A = [wind(1) wind(2); wvc(1) wvc(2)]; B = [wind(3); wvc(3)]; C
    =[1 0;0 1];
33
34 statez = ss(A,B,C,0,tsamp); %Espaco de estados discreto
35 state = d2c(statez, 'zoh'); %Obtendo espaco contínuo
36
37 [num,den] = ss2tf(state.A, state.B, state.C(2,:), 0); %Num e den
    para TF
38 GS = tf(num,den); %Montando GS da tensao
39
40 [num,den] = ss2tf(state.A, state.B, state.C(1,:), 0); %Num e den
    para TF
41 GIS = tf(num,den); %Montando GS da corrente

```

E para verificação do sistema:

```

1 %% Graficos
2
3 figure('color',[1 1 1], 'position',[60 10 1200 800]);
4
5 subplot(2,1,1) %Plot da resposta mediana da tensao e resposta da
    regressao
6
7 plot(mtempo, mVout, 'x', 'LineWidth', 3);
8 title('\fontsize{31}Tens o')
9 xlabel('\fontsize{31}Tempo (s)')

```

```
10 ylabel( '\fontsize{31}Tens o (V)')
11 ax.LabelFontSizeMultiplier = 5;
12 ay.LabelFontSizeMultiplier = 5;
13 set(gca, 'fontsize', 26, 'FontWeight', 'bold')
14 ylim([18 30])
15 grid minor
16 hold on;
17 line(tempo', 0.1*step(GS, tempo-tempo(1))'+mean(Vout(1, :)), '
    linewidth', 3.5, 'color', [0 0 0]);
18
19 subplot(2,1,2)%Plot de todas as respostas da tensao e resposta
    da regressao
20 plot(tempo', Vout, 'LineWidth', 2);
21 %title( '\fontsize{31}Tens o')
22 xlabel( '\fontsize{31}Tempo (s)')
23 ylabel( '\fontsize{31}Tens o (V)')
24 ax.LabelFontSizeMultiplier = 5;
25 ay.LabelFontSizeMultiplier = 5;
26 set(gca, 'fontsize', 26, 'FontWeight', 'bold')
27 grid minor
28 ylim([18 32])
29 hold on;
30 line(tempo', 0.1*step(GS, tempo-tempo(1))'+mean(Vout(1, :)), '
    linewidth', 3.5, 'color', [0 0 0]);
31 %%
32 figure( 'color', [1 1 1], 'position', [60 10 1200 800]);
33
34 subplot(2,1,1)%Plot da resposta mediana da corrente e resposta
    da regressao
35
36 plot(mtempo, mIL, 'x', 'LineWidth', 3);
37 title( '\fontsize{31}Corrente')
38 xlabel( '\fontsize{31}Tempo (s)')
39 ylabel( '\fontsize{31}Corrente (A)')
40 ax.LabelFontSizeMultiplier = 5;
41 ay.LabelFontSizeMultiplier = 5;
42 set(gca, 'fontsize', 26, 'FontWeight', 'bold')
43 grid minor
44 hold on;
```

```

45 line(tempo',0.1*step(GIS,tempo-tempo(1))'+mean(IL(1,:)),'
    linewidth',3.5,'color',[0 0 0]);
46
47 subplot(2,1,2)%Plot de todas as respostas da corrente e resposta
    da regressao
48 plot(tempo',IL);
49 xlabel('\fontsize{31}Tempo (s)')
50 ylabel('\fontsize{31}Corrente (A)')
51 ax.LabelFontSizeMultiplier = 5;
52 ay.LabelFontSizeMultiplier = 5;
53 set(gca,'fontsize',26,'FontWeight','bold')
54 grid minor
55 hold on;
56 line(tempo',0.1*step(GIS,tempo-tempo(1))'+mean(IL(1,:)),'
    linewidth',3.5,'color',[0 0 0]);

```

A.2 Sintonia

A sintonia do controlador é feita utilizando o banco de dados gerados previamente.

A.2.1 PI modo tensão - Código

O código para o controlador PID em modo tensão é:

```

1 load('GS_tese.mat')
2 fc = 81; %Freq de corte desejada
3 MFdesejada = 96; %Margem de fase desejada
4
5 [mag,phase]=bode(GS,2*pi*fc); %Mag e fase na freq de corte do
    sistema
6 MF=180+phase; %Margem de fase
7 fasePI=MFdesejada-MF; %Fase de acrescimo do PI
8 ti=tand(fasePI+90)/(2*pi*fc); %Calculo de kp/ki
9 PIparcial = tf([ti 1],[1 0]); %PI para ajuste de margem de
    fase
10
11 plantaparc = GS*PIparcial; %Planta com margem de fase corrigida
12
13 [mag1,phase1]=bode(plantaparc,2*pi*fc); %Mag e fase da planta
    corrigida

```

```

14
15 ki=1/mag1; %Ganho integral
16 kp=ki*ti; %Ganho proporcional
17 PIfinal=PIparcial*ki; %Controlador PI final

```

A.2.2 Realimentação de estados - Código

Os códigos para verificar a controlabilidade e fazer o cálculos dos ganhos são:

```

1 %% Controle p/ boost
2 PO = 5; %Overshoot em %
3 Ts = 4e-3; %Tempo de assentamento
4 damping_ratio = log(PO/100)/sqrt(pi^2+log(PO/100)^2); %
   amortecimento
5 wn = 3.9/(Ts*damping_ratio); %frequencia do sistema
6 SYS = tf(wn^2,[1 2*damping_ratio*wn wn^2]); %sistema desejado
7 desire_poles = pole(SYS); %polos do sistema desejado
8 Am = [state.A zeros(2,1); -state.C(2,:) 0]; Bm=[state.B;0]; %
   matriz A expandida
9 Mg = [state.A state.B; -state.C(2,:) 0]; %nova matriz para teste
   de controlabilidade
10 C_Mg = det(Mg); %caso det(Mg)~=0, controlavel)
11 K = acker(Am,Bm,[desire_poles(1) desire_poles(2) 10*real(
   desire_poles(1))]);
12 K_r = [K(1,1) K(1,2)]; %ganho da realimentacao
13 K_i = -K(1,3); %ganho do integrador
14 p = eig(Am-Bm*K)
15 save sim_final_control K_r K_i

```

Com os valores iguais das características físicas do conversor com suas incertezas, o seguinte código é usado para gerar um novo banco de dados com o controle sendo aplicado:

```

1 Vout_C = zeros(amostra,tam); %vetor para as amostras na
   tensao
2 IL_C = zeros(amostra,tam); %vetor para as amostras na
   corrente
3 OS = zeros(1,tam);
4 %%
5 for n = 1:tam %Loop para testes
6     f = F(n);

```

```

7     l = L(n);
8     c = C(n);
9     d = D(n);
10    rl = RL(n);
11    rc = RC(n);
12    vd = VD(n);
13    rdson = RDSON(n);
14    rdiode = RDIODE(n);
15    sim('Boost_Converter_SIM');
16    Vout_C(:,n)=vout;
17    IL_C(:,n)=il;
18 end
19
20 %%
21 numPontos = 100; %Conjunto agrupado
22
23 voutg_c = reshape(Vout_C', tam*amostra/numPontos, numPontos);%
    Agrupando tensao
24 ilg_c = reshape(IL_C', tam*amostra/numPontos, numPontos);%
    Agrupando corrente
25 tempog_c = reshape(tempo', amostra/numPontos, numPontos);%
    Agrupando tempo
26 mVout_c = median(voutg_c)'; %Mediana da tensao agrupada
27 mIL_c = median(ilg_c)'; %Mediana da corrente agrupada
28 mtempo = median(tempog_c)'; %Mediana do tempo agrupada

```

A.2.3 Norma \mathcal{H}_∞

O código para o cálculos do ganho da norma \mathcal{H}_∞ são:

```

1 %Par metros de conversor CC-CC Boost
2 f = 40e3;
3 L = 210e-6;
4 C = 220e-6;
5 R1 = 40;
6 R2 = 66;
7 D1 = 0.5;
8 D2 = 0.6;
9 Vg = 10;
10 Vo = 24;

```

```

11 IL = 1;
12
13
14 %Matrizes espaço de estados
15 A1 = [0 -(1-D1)/L ;(1-D1)/C -1/(R1*C)]; %delta_x
16 A2 = [0 -(1-D1)/L ;(1-D1)/C -1/(R2*C)];
17 A3 = [0 -(1-D2)/L ;(1-D2)/C -1/(R1*C)];
18 A4 = [0 -(1-D2)/L ;(1-D2)/C -1/(R2*C)];
19
20 B1_1 = [Vg/(L*D1); 0]; %W = [vi io]
21 B1_1 = -B1_1;%Realimentação negativa
22
23 B2_1 = [Vg/(L*D2); 0]; %W = [vi io]
24 B2_1 = -B2_1;
25
26 B1 = [1/L 0; 0 -1/C]; %U = [il vc]
27
28 C1 = [0 1];%Y = vc
29
30 D_state = [0 0];
31
32 %Variáveis LMI
33 Z = sdpvar(size(B1_1,2), size(B1_1,1));
34 W = sdpvar(size(A1,1));
35 Delta = sdpvar(1);
36
37 %LMI norma Hinfinto
38 LMI_1_11_1 = A1*W+W*A1'+B1_1*Z+Z'*B1_1';
39 LMI_1_12_1 = W*C1';
40 LMI_1_13_1 = B1;
41 LMI_1_22_1 = -1;
42 LMI_1_23_1 = D_state;
43 LMI_1_1 = [LMI_1_11_1 LMI_1_12_1 LMI_1_13_1;LMI_1_12_1'
             LMI_1_22_1 LMI_1_23_1;LMI_1_13_1' LMI_1_23_1' -Delta*eye(size
             (B1,2))];
44
45 LMI_1_11_2 = A2*W+W*A2'+B2_1*Z+Z'*B2_1';
46 LMI_1_12_2 = W*C1';
47 LMI_1_13_2 = B1;

```

```

48 LMI_1_22_2 = -1;
49 LMI_1_23_2 = D_state;
50 LMI_1_2 = [LMI_1_11_2 LMI_1_12_2 LMI_1_13_2;LMI_1_12_2'
            LMI_1_22_2 LMI_1_23_2;LMI_1_13_2' LMI_1_23_2' -Delta*eye(size
            (B1,2))];
51
52 LMI_1_11_3 = A3*W+W*A3'+B1_1*Z+Z'*B1_1';
53 LMI_1_12_3 = W*C1';
54 LMI_1_13_3 = B1;
55 LMI_1_22_3 = -1;
56 LMI_1_23_3 = D_state;
57 LMI_1_3 = [LMI_1_11_3 LMI_1_12_3 LMI_1_13_3;LMI_1_12_3'
            LMI_1_22_3 LMI_1_23_3;LMI_1_13_3' LMI_1_23_3' -Delta*eye(size
            (B1,2))];
58
59 LMI_1_11_4 = A4*W+W*A4'+B2_1*Z+Z'*B2_1';
60 LMI_1_12_4 = W*C1';
61 LMI_1_13_4 = B1;
62 LMI_1_22_4 = -1;
63 LMI_1_23_4 = D_state;
64 LMI_1_4 = [LMI_1_11_4 LMI_1_12_4 LMI_1_13_4;LMI_1_12_4'
            LMI_1_22_4 LMI_1_23_4;LMI_1_13_4' LMI_1_23_4' -Delta*eye(size
            (B1,2))];
65
66 %Restrição de alpha
67 alpha = 2e3; %correto
68 RA1 = A1*W+W*A1'+B1_1*Z+Z'*B1_1'+2*alpha*W;
69 RA2 = A2*W+W*A2'+B1_1*Z+Z'*B1_1'+2*alpha*W;
70 RA3 = A3*W+W*A3'+B2_1*Z+Z'*B2_1'+2*alpha*W;
71 RA4 = A4*W+W*A4'+B2_1*Z+Z'*B2_1'+2*alpha*W;
72
73 %Restrição de circunferência
74 r = 1e3; %rho
75 q = alpha+r; %valor de q
76 RC1 = [-r*W A1*W+B1_1*Z+q*W; (A1*W+B1_1*Z+q*W)' -r*W];
77 RC2 = [-r*W A2*W+B1_1*Z+q*W; (A2*W+B1_1*Z+q*W)' -r*W];
78 RC3 = [-r*W A3*W+B2_1*Z+q*W; (A3*W+B2_1*Z+q*W)' -r*W];
79 RC4 = [-r*W A4*W+B2_1*Z+q*W; (A4*W+B2_1*Z+q*W)' -r*W];
80

```

```

81 %Restri o de ngulo theta
82 theta = 20*pi/180; %valor de theta
83 RT1 = [ sin(theta)*(A1*W+B1_1*Z+W*A1'+Z'*B1_1') cos(theta)*(A1*W+
      B1_1*Z-W*A1'-Z'*B1_1') ; cos(theta)*(+A1*W+B1_1*Z-W*A1'-Z'*B1_1
      ') ' sin(theta)*(A1*W+W*A1'+B1_1*Z+Z'*B1_1') ] ;
84 RT2 = [ sin(theta)*(A1*W+B1_1*Z+W*A2'+Z'*B2_1') cos(theta)*(A2*W+
      B2_1*Z-W*A2'-Z'*B1_1') ; cos(theta)*(+A2*W+B2_1*Z-W*A2'-Z'*B1_1
      ') ' sin(theta)*(A2*W+W*A2'+B1_1*Z+Z'*B1_1') ] ;
85 RT3 = [ sin(theta)*(A3*W+B2_1*Z+W*A3'+Z'*B2_1') cos(theta)*(A3*W+
      B2_1*Z-W*A3'-Z'*B2_1') ; cos(theta)*(+A3*W+B2_1*Z-W*A3'-Z'*B2_1
      ') ' sin(theta)*(A3*W+W*A3'+B2_1*Z+Z'*B2_1') ] ;
86 RT4 = [ sin(theta)*(A4*W+B2_1*Z+W*A4'+Z'*B2_1') cos(theta)*(A4*W+
      B2_1*Z-W*A4'-Z'*B2_1') ; cos(theta)*(+A4*W+B2_1*Z-W*A4'-Z'*B2_1
      ') ' sin(theta)*(A4*W+W*A4'+B2_1*Z+Z'*B2_1') ] ;
87
88 %C lculo das LMI
89 lmis = [(W>0) (LMI_1_1<0) (Delta>0) (RA1<0) (RC1<0) (RT1<0) (
      LMI_1_2<0) (RA2<0) (RC2<0) (RT2<0)] ; %
90 lmis = lmis + [(LMI_1_3<0) (RA3<0) (RC3<0) (RT3<0) (LMI_1_4<0) (
      RA4<0) (RC4<0) (RT4<0)] ; %
91
92 sol = solvesdp(lmis , Delta);
93
94 %C lculo da norma Hinfinito
95 hinf = sqrt(double(Delta))
96 hinf_db = 20*log10(hinf)
97
98 %Ganhos do controle
99 K = double(Z)*inv(double(W))

```

A.3 Análise estatística

É usado o comando `fitdist(X, 'nomedist')` com `'nomedist' = 'normal'` para determinar a função densidade de probabilidade (do inglês, *probability density function* (PDF)). Essa distribuição é utilizada no comando `paramci` para gerar o intervalo de confiança da média μ e da variância σ^2 . A análise estatística é aplicada sobre os dados controlados, essa análise e os plots utilizados são distritos pelo código:

```

1 StatiOpen = zeros(2,tam); %Criando vetor para salvar dados
2 for n = 1:tam

```

```
3     Sopen = stepinfo(Vout(:,n),tempo); %Colhendo os dados sem
      controle
4     StatiOpen(1,n) = Sopen.Overshoot;
5     StatiOpen(2,n) = Sopen.SettlingTime - 0.02;
6 end
7
8 StatiClose_PID = zeros(2,tam); %Criando vetor para salvar dados
9 for n = 1:tam
10    x = medfilt1(Vout_C_PID(:,n),2);
11    Sclosed_PID = stepinfo(x,tempo,24,'SettlingTimeThreshold',
      ,0.08);%,'tempo','SettlingTimeThreshold',0.1); %Colhendo os
      dados com controle
12    StatiClose_PID(2,n) = Sclosed_PID.SettlingTime - 0.02;
13    StatiClose_PID(1,n) = Sclosed_PID.Overshoot;
14 end
15
16 StatiClose_inf = zeros(2,tam); %Criando vetor para salvar dados
17 for n = 1:tam
18    Sclosed = stepinfo(medfilt1(Vout_C_inf(:,n),2),tempo,'
      SettlingTimeThreshold',0.08);%,'tempo','
      SettlingTimeThreshold',0.01); %Colhendo os dados com
      controle
19    StatiClose_inf(1,n) = Sclosed.Overshoot;
20    StatiClose_inf(2,n) = Sclosed.SettlingTime - 0.02;
21 end
22
23 StatiClose_acc = zeros(2,tam); %Criando vetor para salvar dados
24 for n = 1:tam
25    Sclosed = stepinfo(medfilt1(Vout_C_acc(:,n),2),tempo,24,'
      SettlingTimeThreshold',0.08);%,'tempo','
      SettlingTimeThreshold',0.01); %Colhendo os dados com
      controle
26    StatiClose_acc(1,n) = Sclosed.Overshoot;
27    StatiClose_acc(2,n) = Sclosed.SettlingTime - 0.02;
28 end
29
30 StatiClose = zeros(2,tam); %Criando vetor para salvar dados
31 for n = 1:tam
```

```
32     Sclosed = stepinfo(Vout_C(:,n),tempo); %Colhendo os dados com
        controle
33     StatiClose(1,n) = Sclosed.Overshoot;
34     StatiClose(2,n) = Sclosed.SettlingTime - 0.02;
35 end
36
37 %% Plotando os histogramas de overshoot para o circuito aberto e
        o circuito com controle
38 %% Utiliza-se o mesmo codigo mudando as variaveis desejadas
39 set(gcf, 'color', 'w');
40 g = histfit(StatiOpen(1,:),100);
41 set(g(2), 'LineWidth',3);
42 title('\fontsize{31}Overshoot(%)');
43 ax.LabelFontSizeMultiplier = 5;
44 ay.LabelFontSizeMultiplier = 5;
45 set(gca, 'fontsize',26, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth', 1)
46 grid on
47 hold on
48 h = histfit(StatiClose(1,:), 100);
49 set(h(2), 'color', 'g', 'LineWidth',3)
50 ax.LabelFontSizeMultiplier = 5;
51 ay.LabelFontSizeMultiplier = 5;
52 set(gca, 'fontsize',26, 'FontWeight', 'bold', 'LineWidth', 1)
53 grid on
54
55 %Confidence Interval, utiliza-se o mesmo codigo usando as
        variaveis desejadas
56 dist_over = fitdist(StatiClose(1,:), 'Normal');%Distribuicao
        normal
57 ci_over = paramci(dist_over); %Intervalo de confianca para
        overshoot
58
59 dist_time = fitdist(StatiClose(2,:), 'Normal');%Distribuicao
        normal
60 ci_time = paramci(dist_time); %intervalo de confianca para ts
61
62 %Teste de hip tese , utiliza-se o mesmo codigo usando as
        variaveis desejadas
```

```
63 tcdf(-(5-dist_over_ruido_inf.mu)/(dist_over_ruido_inf.sigma/sqrt
      (30)),29) %Para valor p de ruido
64 tcdf(-(4e-3-dist_time_ruido_inf.mu)/(dist_time_ruido_inf.sigma/
      sqrt(30)),29) %Para valor p de tempo
```